



FGV Management

MBA em Gestão Financeira,  
Controladoria e Auditoria

# ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS

*Marcus Quintella, D.Sc.*

[marcus.quintella@fgv.br](mailto:marcus.quintella@fgv.br)



Realização Fundação  
Getúlio Vargas  
FGV Management

## FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

### **PRESIDENTE**

Carlos Ivan Simonsen Leal

### **VICE-PRESIDENTES**

Francisco Oswaldo Neves Dornelles  
Marcos Cintra Cavalcanti de Albuquerque  
Sergio Franklin Quintella

### **ESCOLAS FGV**

#### **EAESP**

Diretora Maria Tereza Leme Fleury

#### **EBAPE**

Diretor Flávio Carvalho de Vasconcelos

#### **EESP**

Diretor Yoshiaki Nakano

#### **EPGE**

Diretor Renato Fragelli Cardoso

#### **Direito GV**

Diretor Ary Oswaldo Mattos Filho

#### **Direito Rio**

Diretor Joaquim Falcão

### **INSTITUTOS FGV**

#### **CPDOC**

Diretor Celso Corrêa Pinto de Castro

#### **IBRE**

Diretor Luiz Guilherme Schymura de Oliveira

#### **IDE**

Diretor Clovis de Faro

#### **PROJETOS**

Diretor Cesar Cunha Campos

### **ESTRUTURA DO IDE**

#### **FGV MANAGEMENT**

Diretor Executivo Ricardo Spinelli de Carvalho

#### **QUALIDADE E INTELIGÊNCIA DE NEGÓCIOS**

Diretor Executivo Antônio de Araújo Freitas Junior

#### **EXECUTIVA ACADÊMICA**

Diretor Executivo Carlos Osmar Bertero

#### **FGV ONLINE**

Diretor Executivo Stavros P. Xanthopoulos

#### **CURSOS CORPORATIVOS**

Diretor Executivo Antônio Carlos Porto  
Gonçalves

### **ESTRUTURA DO FGV MANAGEMENT**

#### **Superintendentes**

Hélio Malebranche  
Magno Vianna (adjunto)  
Paulo Mattos de Lemos  
Sílvia Roberto Badenes de Gouvêa

#### **Coordenadores Especiais**

Antônio Dal Fabbro  
Fernando Salgado  
Marcos de Andrade Reis Villela  
Pedro Carvalho Mello  
Marcus Vinicius Quintella Cury  
Yann Igor Pierre Georges Duzert

**A sua opinião é muito importante para nós**

*Fale Conosco*

*Central de Qualidade – FGV Management*

✉ [ouvidoria@fgv.br](mailto:ouvidoria@fgv.br)

Todos os direitos reservados à Fundação Getulio Vargas

Cury, Marcus Vinicius Quintella  
Análise Viabilidade de Projetos 1ª Rio de Janeiro:  
FGV Management – Cursos de Educação Continuada.  
80p.

Bibliografia

1. Análise de Investimentos 2. Avaliação Econômica  
I. Título

Coordenação Executiva do FGV Management: Prof. Ricardo Spinelli de Carvalho

# Sumário

<b>1. PROGRAMA DA DISCIPLINA</b>	<b>1</b>
1.1 EMENTA	1
1.2 CARGA HORÁRIA TOTAL	1
1.3 OBJETIVOS	1
1.4 CONTEÚDO PROGRAMÁTICO	1
1.5 METODOLOGIA	2
1.6 CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	2
1.7 BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	2
CURRÍCULO RESUMIDO DO PROFESSOR	2
<b>2. ANÁLISE DE PROJETOS</b>	<b>3</b>
2.1 CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	3
2.1.1 DEFINIÇÃO DE TAXA DE JUROS	3
2.1.2 O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO	4
2.1.3 DIAGRAMA DOS FLUXOS DE CAIXA	4
2.1.4 TIPOS DE FORMAÇÃO DE JUROS: SIMPLES E COMPOSTOS	6
2.1.5 RELAÇÕES DE EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	7
2.1.6 TAXAS DE JUROS NOMINAIS E EFETIVAS	12
2.1.7 TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES	13
2.1.8 INFLAÇÃO E CORREÇÃO MONETÁRIA	14
2.1.9 TAXAS DE JUROS REAIS E APARENTES	17
2.1.10 TAXAS DE JUROS PRÉ E PÓS-FIXADAS	18
2.1.11 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	19
2.2 FLUXO DE CAIXA DE PROJETOS	22
2.2.1 CARACTERÍSTICAS RELEVANTES	22
2.2.2 EXERCÍCIOS DE PROJEÇÃO	24
2.3 MÉTODOS PARA SELEÇÃO DE PROJETOS	26
2.3.1 TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE - TMA	26
2.3.2 VALOR PRESENTE LÍQUIDO - VPL	26
2.3.3 SÉRIE UNIFORME LÍQUIDA - SUL	29
2.3.4 TAXA INTERNA DE RETORNO - TIR	30
2.4 COMPARAÇÃO ENTRE ALTERNATIVAS DE PROJETOS	33
2.4.1 ALTERNATIVAS DE MESMA DURAÇÃO	33
2.4.2 ANÁLISE INCREMENTAL	34
2.4.3 ALTERNATIVAS DE DURAÇÕES DIFERENTES	35
2.4.4 SITUAÇÃO DE RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA	37
2.5 INFLUÊNCIA DO IMPOSTO DE RENDA	39
2.5.1 CONTABILIDADE DA DEPRECIAÇÃO	39
2.5.2 APURAÇÃO DO LUCRO TRIBUTÁVEL	41
2.5.3 FLUXO DE CAIXA APÓS O IMPOSTO DE RENDA	42

<b>2.6</b>	<b>ANÁLISE SOB RISCO E INCERTEZA</b>	<b>44</b>
2.6.1	NOÇÕES BÁSICAS DE ESTATÍSTICAS	45
2.6.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	59
2.6.3	SIMULAÇÃO DE RISCO	60
<b>2.7</b>	<b>ANÁLISE NUMA CONJUNTURA INFLACIONÁRIA</b>	<b>64</b>
2.7.1	CONCEITOS DE INFLAÇÃO E CORREÇÃO MONETÁRIA	64
2.7.2	ÍNDICES ECONÔMICOS E FINANCEIROS	65
2.7.3	FLUXO DE CAIXA SOB INFLAÇÃO	66
<b>2.8</b>	<b>CUSTO DO CAPITAL</b>	<b>68</b>
2.8.1	CUSTO DO CAPITAL DE TERCEIROS	68
2.8.2	CUSTO DO CAPITAL PRÓPRIO	70
2.8.3	CUSTO DO CAPITAL DO PROJETO	74
<b>2.9</b>	<b>EXERCÍCIOS PROPOSTOS</b>	<b>76</b>
<b>2,10</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>81</b>
<b>3.</b>	<b>MATERIAL COMPLEMENTAR</b>	<b>82</b>

---



# 1. Programa da disciplina

## 1.1 Ementa

Introdução à análise de projetos de investimentos. Fluxo de caixa incremental. Montagem de fluxo de caixa. Taxa mínima de atratividade. Indicadores econômicos para a tomada de decisão: Valor Presente Líquido - VPL, Taxa Interna de Retorno - TIR e *Payback* Descontado. Análise de sensibilidade.

## 1.2 Carga horária total

24 horas/aula

## 1.3 Objetivos

- 1.3.1 Proporcionar aos participantes uma visão abrangente e sistêmica das análises de projeto, para servir de ponto de partida para estudos mais avançados sobre o assunto.
- 1.3.2 Transmitir aos participantes os fundamentos da análise de projetos de investimento para auxiliar as tomadas de decisão empresariais.
- 1.3.3 Oferecer um quadro referencial que permita a imediata aplicação dos conceitos apresentados.
- 1.3.4 Promover a troca de experiência entre o professor e os participantes, por meio de estudos de casos práticos.

## 1.4 Conteúdo programático

Introdução à análise de projetos. Fluxo de caixa. Taxa mínima de atratividade: métodos de determinação do custo do capital. Métodos para seleção de projetos: VPL, TIR e *Payback* Descontado. Comparação entre alternativas de projetos. Análise sob risco e incerteza. Estudos de Caso. Exercícios propostos.



## 1.5 Metodologia

Aulas expositivas, estudos de caso, trabalhos em grupo e debates.

## 1.6 Critérios de avaliação

O grau final da disciplina será composto por uma avaliação individual, sob a forma de prova, a ser aplicada após o término da disciplina, no valor de 10 (dez) pontos. A prova terá questões numéricas e questões conceituais.

## 1.7 Bibliografia recomendada

CLEMENTE, A. et alli, **Projetos Empresariais e Públicos**, São Paulo, Ed. Atlas, 1998.

## Curriculum resumido do professor

Marcus Vinicius Quintella Cury é Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE/UFRJ, Mestre em Transportes pelo Instituto Militar de Engenharia - IME, Pós-Graduado em Administração Financeira pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas - EPGE/FGV e Engenheiro Civil pela Universidade Veiga de Almeida. Atualmente, ocupa a posição de Diretor de Engenharia de Transportes da Odebrecht Transport e Participações S.A. Sua experiência acadêmica tem como destaque as atuações como professor dos cursos de pós-graduação da FGV, COPPE/UFRJ, IBMEC, IME e IAG/PUC. Atualmente, é professor conferencista de Avaliação de Projetos de Transportes do Mestrado em Transportes do IME e professor de Finanças Corporativas e Análise de Projetos da FGV, nos cursos de Pós-Graduação MBA, em todo o país. É Coordenador Acadêmico do MBA em Gestão Empresarial da FGV e Coordenador Nacional do Programa de Pós-MBA da FGV. Atuou como instrutor e consultor em avaliações econômicas de projetos rodoviários e ferroviários e modelagens financeiras e operacionais, para as seguintes empresas e entidades: Agência Nacional de Transportes Terrestres – ANTT / Universidade Federal Fluminense – UFF; Agência Reguladora de Serviços Públicos Concedidos do Estado do Rio de Janeiro – ASEP-RJ / Fundação Ricardo Franco / IME; Petrobras; Thyssen Krupp – CSA; Transpetro; Belgo-Arcelor, ABIFER/SIMEFRE, entre outros. É membro do Comitê Científico da Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes – ANPET. Autor de artigos e trabalhos em congressos, revistas e jornais no Brasil e no exterior e co-autor do livro Finanças Corporativas, editado pela FGV. Articulista do Jornal do Brasil – JB. Site: [www.marcusquintella.com.br](http://www.marcusquintella.com.br).



## 2. Análise de Projetos

### 2.1 Conceitos de Matemática Financeira

#### 2.1.1 Definição de Taxa de Juros

Uma taxa de juros, ou taxa de crescimento do capital, é a taxa de lucratividade recebida num investimento. De uma forma geral, é apresentada em bases anuais, podendo também ser utilizada em bases semestrais, trimestrais, mensais ou diárias, e representa o percentual de ganho realizado na aplicação do capital em algum empreendimento.

Por exemplo, uma taxa de juros de 12% ao ano indica que para cada unidade monetária aplicada, um adicional de R\$ 0,12 deve ser retornado após um ano, como remuneração pelo uso daquele capital. (Thuesen, 1977)

A taxa de juros, simbolicamente representada pela letra  $i$ , pode ser também apresentada sob a forma unitária, ou seja, 0,12, que significa que para cada unidade de capital são pagos doze centésimos de unidades de juros. Esta é a forma utilizada em todas as expressões de cálculo.

A taxa de juros também pode ser definida como a razão entre os juros, cobráveis ou pagáveis, no fim de um período de tempo e o dinheiro devido no início do período. Usualmente, utiliza-se o conceito de taxa de juros quando se paga por um empréstimo, e taxa de retorno quando se recebe pelo capital emprestado.

Portanto, pode-se definir o juro como o preço pago pela utilização temporária do capital alheio, ou seja, é o aluguel pago pela obtenção de um dinheiro emprestado ou, mais amplamente, é o retorno obtido pelo investimento produtivo do capital. Genericamente, todas as formas de remuneração do capital, sejam elas lucros, dividendos ou quaisquer outras, podem ser consideradas como um juro.

Quando uma instituição financeira decide emprestar dinheiro, existe, obviamente, uma expectativa de retorno do capital emprestado acrescido de uma parcela de juro. Além disso, deve-se considerar embutido na taxa de juros os seguintes fatores: (Thuesen, 1977)

- **Risco** - grau de incerteza de pagamento da dívida, de acordo, por exemplo, com os antecedentes do cliente e sua saúde financeira;
- **Custos Administrativos** - custos correspondentes aos levantamentos cadastrais, pessoal, administração e outros;





- **Lucro** - parte compensatória pela não aplicação do capital em outras oportunidades do mercado, podendo, ainda, ser definido como o ganho líquido efetivo;
- **Expectativas Inflacionárias** - em economias estáveis, com inflação anual baixa, é a parte que atua como proteção para as possíveis perdas do poder aquisitivo da moeda.

### 2.1.2 O Valor do Dinheiro no Tempo

O conceito do valor do dinheiro no tempo surge da relação entre juro e tempo, porque o dinheiro pode ser remunerado por uma certa taxa de juros num investimento, por um período de tempo, sendo importante o reconhecimento de que uma unidade monetária recebida no futuro não tem o mesmo valor que uma unidade monetária disponível no presente.

Para que este conceito possa ser compreendido, torna-se necessário a eliminação da idéia de inflação. Para isso, supõe-se que a inflação tecnicamente atinge todos os preços da mesma forma, sendo, portanto, anulada no período considerado.

Assim, **um dólar hoje vale mais que um dólar amanhã**. Analogamente, **um real hoje tem mais valor do que um real no futuro**, independentemente da inflação apurada no período.

Esta assertiva decorre de existir no presente a oportunidade de investimento deste dólar ou real pelo prazo de, por exemplo, 2 anos, que renderá ao final deste período um juro, tendo, conseqüentemente, maior valor que este mesmo dólar ou real recebido daqui a 2 anos.

Conclui-se, pelo fato do dinheiro ter um valor no tempo, que a mesma quantia em real ou dólares, em diferentes épocas, tem outro valor, tão maior quanto a taxa de juros exceda zero. Por outro lado, pode-se dizer que este dinheiro varia no tempo em razão do poder de compra de um real ou dólar ao longo dos anos, dependendo da inflação da economia, como será visto adiante.

### 2.1.3 Diagrama dos Fluxos de Caixa

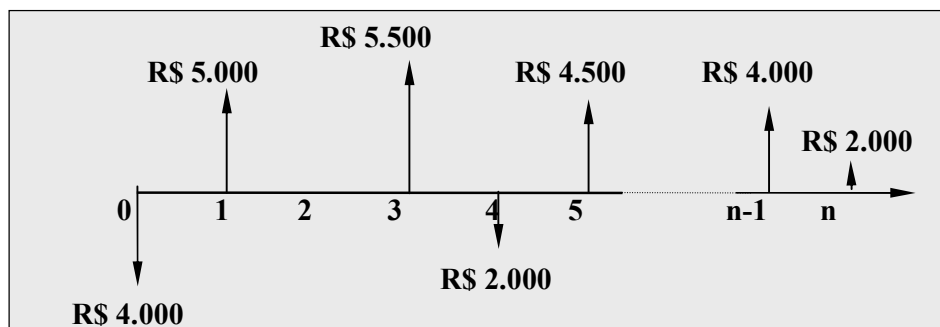
Para identificação e melhor visualização dos efeitos financeiros das alternativas de investimento, ou seja, das entradas e saídas de caixa, pode-se utilizar uma representação gráfica denominada **Diagrama dos Fluxos de Caixa** (*Cash-Flow*).

Este diagrama é traçado a partir de um eixo horizontal que indica a escala dos períodos de tempo. O número de períodos considerado no diagrama é definido como o *horizonte de planeamento* correspondente à alternativa analisada. (Oliveira, 1982)

Cabe ressaltar que é muito importante a identificação do ponto de vista que está sendo traçado o diagrama de fluxos de caixa. Um diagrama sob a ótica de uma instituição financeira que concede um empréstimo, por exemplo, é diferente do diagrama sob a ótica do indivíduo beneficiado por tal transação (Thuesen, 1977).

A figura 1 mostra um exemplo de um diagrama genérico de um fluxo de caixa. Convencionou-se que os vetores orientados para cima representam os valores positivos

de caixa, ou seja, os benefícios, recebimentos ou receitas. Já os vetores orientados para baixo indicam os valores negativos, ou seja, os custos, desembolsos ou despesas.



**FIGURA 1 - Representação de um Diagrama de Fluxo de Caixa**

No presente trabalho será adotada a notação definida abaixo, em todos os diagramas de fluxo de caixa estudados:

- i** - taxa de juros para determinado período, expressa em percentagem e utilizada nos cálculos na forma unitária.  
Ex.: rendimento de dez por cento ao ano  $\Rightarrow i = 0,10$  ou  $10\%$  a.a.
- n** - número de períodos de capitalização.  
Ex.: aplicação de um capital por 5 meses  $\Rightarrow n = 5$
- P** - valor equivalente ao momento presente, denominado de Principal, Valor Presente ou Valor Atual.  
Ex.: aplicação de R\$ 10.000 efetuada hoje  $\Rightarrow P = 10.000$
- J** - juros produzidos ou pagos numa operação financeira.  
Ex.: um capital de R\$ 5.000 rendeu R\$ 300 ao final de 1 ano  $\Rightarrow J = 300$
- M** - valor situado num momento futuro em relação à **P**, ou seja, daqui a **n** períodos, a uma taxa de juros **i**, denominado Montante ou Valor Futuro.  
Ex.: uma aplicação de R\$ 15.000, feita hoje, corresponderá a R\$ 19.000 daqui a **n** períodos, a uma taxa de juros **i**  $\Rightarrow M = 19.000$
- R** - valor de cada parcela periódica de uma série uniforme, podendo ser parcelas anuais, trimestrais, mensais etc.  
Ex.: R\$ 5.000 aplicados mensalmente numa caderneta de poupança produzirá um montante de R\$ 34.000 ao fim de **n** meses  $\Rightarrow R = 5.000$

A notação para os elementos da Matemática Financeira varia para cada autor. Desta forma, não é recomendável a memorização de uma só notação nem sua adoção como padrão. Recomenda-se o aprendizado dos conceitos fundamentais da Matemática Financeira, independentemente da notação utilizada, de modo que qualquer problema possa ser resolvido.

Por convenção, todas as movimentações financeiras, representadas em cada período dos diagramas de fluxo de caixa, estão ocorrendo no final do período. Por



exemplo, um pagamento efetuado no segundo ano de um diagrama de fluxo de caixa significa que esta saída de dinheiro ocorreu no final do ano 2.

#### 2.1.4 Tipos de Formação de Juros

Os juros são formados através do processo denominado regime de capitalização, que pode ocorrer de modo simples ou composto, conforme apresentado a seguir:

##### 2.1.4.1 Juros Simples

No regime de capitalização a juros simples, somente o capital inicial, também conhecido como principal **P**, rende juros. Assim, o total dos juros **J** resultante da aplicação de um capital por um determinado período **n**, a uma taxa de juros dada, será calculado pela fórmula:

$$J_n = P \cdot n \cdot i \quad (1)$$

A taxa de juros deverá estar na mesma unidade de tempo do período de aplicação, ou seja, para um período de **n** anos, a taxa será anual.

Logo, pode-se calcular o total conseguido ao final do período, ou seja, o montante **M**, através da soma do capital inicial aplicado com o juro gerado. O montante pode ser expresso, para este caso, por:  $M = P + J$ , originando a fórmula  $M = P(1 + i \cdot n)$ .

Nos meios econômico e financeiro, o emprego de juros simples é pouco freqüente. O reinvestimento dos juros é prática usual e a sua consideração na consecução de estudos econômico-financeiros deve ser levada em conta, até mesmo por uma questão de realismo. (Oliveira, 1982) Assim, o presente texto será desenvolvido consoante os princípios da capitalização a juros compostos, que será visto no próximo item.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 01

Um capital de R\$ 10.000,00 foi aplicado por 3 meses, a juros simples. Calcule o valor a ser resgatado no final deste período à taxa de 4 % a.m.

- juros acumulados:  $J_3 = 10.000 \cdot 3 \cdot 0,04 = 1.200$
- como  $M = J + P$ , o valor resgatado será:  $M = 1.200 + 10.000 = 11.200$  ➔

##### 2.1.4.2 Juros Compostos

No regime de capitalização a juros compostos, os juros formados a cada período são incorporados ao capital inicial, passando também a produzir juros.

A expressão que permite quantificar o total de juros resultante da aplicação de um principal **P**, a uma taxa de juros **i**, durante **n** períodos, é mostrada a seguir:



$$J_n = P \cdot [(1 + i)^n - 1] \quad (2)$$

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 02**

Calcule os juros pagos numa aplicação de R\$ 5.000 por 6 meses, à taxa de 2,5 % a.m., sob o regime de juros compostos.

▫ juros em 6 meses:  $J_6 = 5.000 \cdot [(1 + 0,025)^6 - 1] = 798,47$  ↗

**2.1.4.3 Juros Simples X Juros Compostos**

A partir das definições acima, pode-se perceber que os resultados de uma mesma operação sob o regime de juros simples, que evolui de forma linear, e sob o regime de juros compostos, que segue a forma exponencial, sempre sofrerão uma defasagem crescente em função do aumento dos períodos de tempo.

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 03**

Montar um quadro comparativo de um empréstimo de R\$ 1.000,00, à taxa de 8 % a.a., em 4 anos, considerando os regimes de juros simples e compostos:

ANO	PRINCIPAL (Início do Ano)	JUROS PRODUZIDOS	MONTANTE (Final do Ano)
1	1000,00	80,00	1080,00
2	1000,00	80,00	1160,00
3	1000,00	80,00	1240,00
4	1000,00	80,00	1320,00
1	1000,00	80,00	1080,00
2	1080,00	86,40	1166,40
3	1166,40	93,31	1259,71
4	1259,71	100,78	1360,49

**2.1.5 Relações de Equivalência de Capitais**

Baseado no que foi colocado sobre o valor do dinheiro no tempo, surge o conceito de equivalência de capitais, isto é, um total de dinheiro pode ser equivalente a um total diferente, em diferentes instantes de tempo, sob certas condições específicas, a juros compostos. (Oliveira, 1982)

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 04**

Considere um empréstimo de R\$ 10.000,00 que deve ser resgatado ao final de 3 anos, conjuntamente aos juros acumulados, cuja taxa de juros é de 10 % ao ano:

- juros acumulados ao final de 3 anos, calculados pela expressão (2):  
 $J_3 = 10.000 \cdot [(1 + 0,10)^3 - 1] = 3.310$
- como  $M = J + P$ , o montante no 3º ano será:  $M = 3.310 + 10.000 = 13.310$
- conclusão: R\$ 10.000, hoje, equivale a R\$ 13.310, daqui a 3 anos, à 10 % a.a. ➡

Este conceito de equivalência entre capitais, a juros compostos, é particularmente importante em análise de projetos, devido ao fato das alternativas de investimento freqüentemente envolverem recebimentos e desembolsos em diferentes instantes de tempo, indistintamente denominados variações de caixa ou pagamento. As principais relações de equivalência de capitais, a juros compostos, são apresentadas a seguir.

**2.1.5.1 Acumulação de Capital**

A acumulação de um capital inicial, ou principal **P**, é o valor futuro, ou o montante **M**, resultante da aplicação deste capital a juros compostos, durante um período **n** e a taxa de juros **i**. O diagrama do fluxo de caixa desta situação é mostrado na figura 2 e o valor acumulado de capital, nestas condições, pode ser calculado pela fórmula:

$$M = P \cdot (1 + i)^n \quad (3)$$



**FIGURA 2 - Diagrama de uma Série de Acumulação de Capital**

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 05**

Determinar o valor a ser resgatado ao final de 6 meses, considerando-se a aplicação de R\$ 10.000,00, hoje, a uma taxa de 2,5 % a.m.

- montante ao final de 6 meses:  $M = 10.000 \cdot (1 + 0,025)^6 = 11.596,93$  ➡

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 06**

Calcular a taxa implícita numa aplicação que produziu o montante de R\$ 58.000,00, a partir de um capital de R\$ 50.000,00, em 4 anos.

▫ aplicando a expressão (3):  $58.000 = 50.000 \cdot (1+i)^4 \therefore i = (58.000/50.000)^{1/4} - 1$   
 $\therefore i = 0,0378 \Rightarrow i = 3,78 \% \text{ a.a.}$  ↗

**2.1.5.2 Valor Presente**

O valor presente, ou valor atual, de uma certa quantia numa data futura é o valor equivalente à quantia em questão na data zero, a uma taxa de juros  $i$ .

Sendo assim, conclui-se ser o recíproco da situação descrita para o cálculo do valor acumulado, podendo-se utilizar a seguinte expressão para o cálculo do valor presente:

$$P = M \cdot \left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (4)$$

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 07**

Determine a quantia que deve ser investida, hoje, a fim de acumular R\$ 100.000,00, em 5 anos, à uma taxa de 10 % a.a.

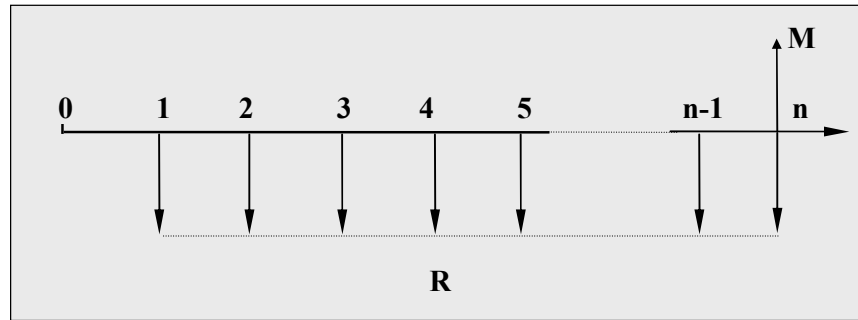
▫ valor atual pela fórmula (4):  $P = 100.000 \cdot (1+0,10)^{-5} = 62.092,13$  ↗

**2.1.5.3 Série Uniforme de Pagamentos**

Pode-se definir uma série uniforme de pagamentos como uma sucessão de recebimentos, desembolsos ou prestações, de mesmo valor, representados por  $R$ , divididos regularmente num período de tempo.

O somatório do valor acumulado de vários pagamento, montante, é calculado pela expressão mostrada abaixo e representado no fluxo de caixa da figura 3. Este somatório é deduzido a partir da fórmula (3) para o cálculo do montante de cada pagamento  $R$ . Trata-se, portanto, do cálculo da soma dos termos de uma progressão geométrica limitada, de razão  $q = 1 + i$ .

$$M = R \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (5)$$



**FIGURA 3 - Diagrama do Montante de uma Série Uniforme**

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 08**

Uma pessoa deposita anualmente R\$ 5.000,00 numa conta especial particular. Qual será o saldo daqui a 5 anos, para uma remuneração de 8 % a.a. concedida pelo banco?

▫ utilizando a expressão (5):  $M = 5.000 \cdot [(1 + 0,08)^5 - 1] / 0,08 = 29.333$  ➡

Procedendo-se o cálculo do inverso da expressão (5), pode-se obter o valor de um único pagamento ou prestação **R**, a partir do montante conhecido, através da seguinte expressão:

$$R = M \cdot \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (6)$$

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 09**

Determine o valor que deve ser depositado trimestralmente numa conta a prazo fixo, que oferece juros de 7,5 % a.t., para acumularmos R\$ 25.000,00 em 2 anos.

▫ utilizando a fórmula (6), com  $n = 8$ , pois em 2 anos existem 8 trimestres:

$$R = 25.000 \cdot \{0,075 / [(1+0,075)^8 - 1]\} = 2.393,18 \quad \text{➡}$$

Ainda dentro do contexto de uma série uniforme de pagamento, deseja-se determinar o valor capaz de liquidar antecipadamente, e de uma só vez, um empréstimo ou financiamento, assumido de forma a ser pago em prestações uniformes e periódicas. Assim sendo, deve-se calcular a expressão do valor presente desta série uniforme pelo somatório dos valores atuais de cada uma das prestações, utilizando-se a fórmula (4). A figura 4 mostra esta situação e a expressão abaixo determina o referido valor presente. Neste caso também é utilizado o somatório dos termos de uma P.G. limitada, com razão  $q = 1 / (1 + i)$ .

$$P = R \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \quad (7)$$

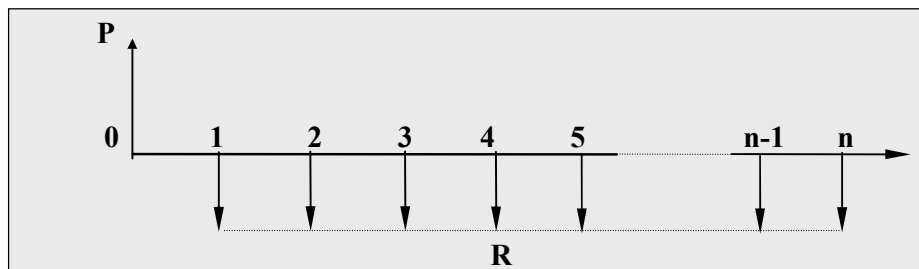


FIGURA 4 - Diagrama do Valor Presente de uma Série Uniforme

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 10

Determine o valor à vista de um eletrodoméstico vendido em 6 prestações mensais de R\$ 200,00, sabendo-se que os juros cobrados foram de 6 % a.m.

▫ o valor atual da série de prestações uniformes é dado pela fórmula (7):

$$P = 200 \cdot \left\{ \frac{[(1 + 0,06)^6 - 1]}{0,06 \cdot (1 + 0,06)^6} \right\} = 983,46 \quad \Rightarrow$$

Para a determinação do valor de um pagamento ou prestação **R** quando o principal é conhecido, calcula-se o inverso da expressão (7), pois existe reciprocidade. Assim, o valor de **R** é obtido pela seguinte fórmula:

$$R = P \cdot \left[ \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (8)$$

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 11

Uma pessoa adquire um *freezer* por R\$ 800,00, dando de entrada R\$ 300,00. Determine a prestação mensal para um financiamento do restante em 4 meses, à taxa de 5 % a.m.

▫ valor a ser financiado:  $P = 800 - 300 = 500$ ;

▫ valor da prestação-fórmula(8):  $P=500 \cdot \left\{ \frac{[0,05 \cdot (1 + 0,05)^4]}{[(1 + 0,05)^4 - 1]} \right\} = 141 \quad \Rightarrow$





### 2.1.5.4 Perpetuidade

A perpetuidade é um conjunto de valores periódicos, consecutivos e iguais, que ocorre indefinidamente. Trata-se, portanto, de uma série uniforme permanente, tal como uma pensão mensal vitalícia, um dividendo anual etc.

O valor presente de uma perpetuidade  $P_{\infty}$ , deduzido a partir do cálculo do limite da expressão (7), com  $n$  tendendo ao infinito, pode ser encontrado pela fórmula:

$$P_{\infty} = R / i \quad (9)$$

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 12

Determine o valor teórico de um apartamento que rende mensalmente R\$ 1.000, considerando-se a taxa de juros de mercado de 1,5 % a.m.

▫ como o aluguel mensal de um apartamento pode ser considerado uma perpetuidade, pela fórmula (9) chega-se ao seu valor teórico:

$$P_{\infty} = 1.000 / 0,015 = 66.700 \quad \Rightarrow$$

### 2.1.6 Taxas de Juros Nominais e Efetivas

Pode-se notar que em cálculos de capitalização composta as taxas de juros apresentadas são, na maioria das vezes, taxas nominais, que não correspondem às taxas realmente empregadas na operação. Por exemplo, se em certo empreendimento é proposta uma taxa de 12 % ao ano, com a capitalização dos juros acontecendo todos os meses, ou seja, 1 % ao mês, não será difícil demonstrar que a taxa anual realmente empregada é superior àquela dada inicialmente.

A taxa de 12 % a.a é, portanto, denominada **taxa nominal de juros**, já que a capitalização dos juros é mensal e a taxa está expressa em termos anuais. Desta forma, surge uma nova taxa anual, denominada de **taxa efetiva de juros**, que pode ser calculada utilizando-se a seguinte expressão:

$$i_{ef} = \left[ 1 + \frac{i_n}{p} \right]^p - 1 \quad (10)$$

onde  $i_n$ , corresponde à taxa nominal de juros, em bases anuais;  $p$  é o número de períodos de capitalização contidos num ano; e  $i_{ef}$  é a taxa efetiva de juros obtida, também em bases anuais. Assim, para o exemplo acima, a taxa efetiva é 12,68% a.a.

O quadro 1 apresenta as taxas efetivas anuais de juros correspondentes à taxa de 12% a.a., com capitalização anual, semestral, trimestral, mensal, semanal, diária e de forma contínua. Nesta última, considera-se que o juros possam ser capitalizados em infinitos períodos por ano. Deste modo, a taxa anual efetiva de juros é definida por:  $i_{ef} = e^{in} - 1$ .



**QUADRO 1 - Taxas Efetivas Anuais de Juros Correspondentes à Taxa Nominal de 12 % a.a.**

Frequência de Capitalização	Períodos de Capitalização	Taxa Efetiva por Período	Taxa Efetiva Anual
ANUAL	1	12,0000 %	12,0000 %
SEMESTRAL	2	6,0000 %	12,3600 %
TRIMESTRAL	4	3,0000 %	12,5509 %
MENSAL	12	1,0000 %	12,6825 %
SEMANAL	52	0,2308 %	12,7341 %
DIÁRIA	365	0,0329 %	12,7474 %
CONTÍNUA	∞	0,0000 %	12,7497 %

Em resumo, a taxa nominal de juros é aquela que o período de capitalização difere de seu período base. Por exemplo, uma taxa de juros de 24% ao ano com capitalização trimestral é dita nominal. Por outro lado, quando o período de capitalização coincidir com o período base da taxa de juros dada, esta taxa é dita efetiva. Assim, uma taxa de 8% ao mês com capitalização mensal é uma taxa efetiva.

### 2.1.7 Taxas de Juros Equivalentes

As taxas de juros que conseguem levar um certo principal a um mesmo montante, no regime de juros compostos, quando varia a frequência de capitalização, são chamadas de **taxas equivalentes de juros**. Em outras palavras, duas ou mais taxas são equivalentes se aplicadas a um mesmo principal, durante um mesmo prazo, produzirem um mesmo montante no final deste prazo, a juros compostos:

$$i_{eq} = (1 + i_{ef})^{k/p} - 1 \quad (11)$$

onde  $i_{eq}$  é a taxa equivalente procurada, a juros compostos;  $p$  é o número de períodos de capitalização da taxa equivalente desejada contidos num ano; e  $k$  é o número de períodos de capitalização da taxa efetiva dada contidos num ano.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 13

Determine a taxa trimestral equivalente a uma taxa de juros de 10% a.a., num prazo de 6 anos e com capitalização anual.

▫ como existem 4 trimestres num ano,  $p = 4$  e  $k = 1$ :

$$i_{eq} = (1 + 0,10)^{1/4} - 1 = 0,0241 \Rightarrow 2,41 \% \text{ a.t.}^{21}$$

Este resultado pode ser confirmado substituindo-se na expressão (3) as taxas equivalentes de 10 % a.a. e de 2,41 % a.t., com capitalização trimestral, durante 6 anos. Desta forma, para qualquer principal encontrar-se-á o mesmo montante.



Já no regime de juros simples, duas ou mais taxas de juros, relativas a diferentes períodos, são também consideradas equivalentes quando aplicadas ao mesmo principal, durante um mesmo prazo, produzirem um mesmo montante no final daquele prazo. Para diferenciar, as taxas equivalentes a juros simples serão denominadas **taxas proporcionais**, cujo cálculo procede-se da seguinte forma:

$$i_p = i / p \quad (12)$$

onde  $i_p$  é a taxa proporcional procurada;  $i$  é a taxa de juros dada; e  $p$  é o número de períodos de capitalização da taxa proporcional desejada, contidos na base de capitalização da taxa de juros dada.

Para um melhor entendimento, considere uma taxa de juros anual. Caso pretenda-se encontrar as taxas proporcionais semestral e mensal, o valor de  $p$  da expressão (10) corresponderá a 2 e 12, respectivamente, pois em um ano estão contidos 2 semestres e 12 meses. Assim sendo, pela definição acima, 60 % a.a., 30 % a.s., 15 % a.t. e 5 % a.m. são consideradas taxas de juros proporcionais.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 14

Determine as taxas de juros trimestral e mensal proporcionais à taxa de 12 % a.a.

- trimestral:  $p = 4$  (4 trimestres num ano);  $i_p = 12 \% / 4 = 3 \% \text{ a.t.}$  ↗
- mensal:  $p = 12$  (12 meses num ano);  $i_p = 12 \% / 12 = 1 \% \text{ a.m.}$  ↗

## 2.1.8 Inflação e Correção Monetária

### 2.1.8.1 Inflação

O excesso de moeda na economia gera inflação, que nada mais é que um aumento generalizado e sistemático dos preços face ao aumento da demanda dos bens de consumo e serviços. Já a deflação é caracterizada por um declínio sistemático de preços. (Wannacott e Wannacott, 1986)

O poder aquisitivo diminui quando existe inflação. Para uma inflação de 50%, num determinado mês, haveria uma perda do poder de compra da moeda de 33%. De fato, se uma mercadoria estivesse custando, no início do mês, R\$100,00, passaria a custar, no final do mesmo mês, R\$150,00, e, desta forma, o poder aquisitivo cairia de 100% para 67% (100/150), ou seja, haveria uma perda de 33%. (Hirschfeld, 1986)

A inflação talvez seja uma ilusão - a ilusão de que as pessoas podem e devem ganhar um aumento no preço dos produtos que vendem, sem que os preços dos outros produtos, que elas compram, aumentem. Está embutido no conceito de inflação *um fator psicológico*, que contribui, outrossim, para a alta dos preços, acarretando uma reação em cadeia e contribuindo para o desequilíbrio da economia.

As análises econômicas de projetos de investimento não levam em conta a inflação, baseado na premissa de que todos os preços envolvidos são por ela afetados uniformemente. Desta forma, tais análises são realizadas supondo-se condições estáveis da moeda, já que também seria impossível se prever, com exatidão, as condições futuras



dos fluxos de caixa dos projetos. Obviamente esta é uma hipótese de natureza simplificadora e, por conseguinte, os resultados assim obtidos devem agregar certo grau de erro associado.

Como num regime inflacionário existe perda de poder aquisitivo da moeda, de modo a evitar a corrosão do patrimônio do investido, todo capital aplicado deve ser indexado à taxa de inflação do período. Esta indexação poderia, outrossim, ser efetuada com a adoção de uma moeda estável, ou com inflação desprezível, tal como o dólar americano, objetivando-se a proteção do capital investido, ou através de índices econômicos de referência de preços.

Torna-se importante fixar corretamente o conceito de inflação, uma vez que existe alguma confusão com certos  *aumentos* de preços. Um aumento esporádico de preço de um certo produto não significa necessariamente inflação, pois tal aumento pode ocorrer, por exemplo, em função de uma mudança na oferta e/ou demanda deste produto.

Como já foi definido, a inflação é uma tendência generalizada de aumentos nos preços. Toma-se um conjunto de bens que represente uma amostra significativa da produção da economia de um país e compara-se os preços destes bens nos instantes  $t$  e  $t+1$ . Caso tenha ocorrido um aumento nos preços de maior parte daqueles bens, isto caracteriza que houve inflação entre  $t$  e  $t+1$ .

### 2.1.8.2 Correção Monetária

A correção monetária, uma  *invenção* brasileira, é uma taxa que tem o objetivo de tentar recompor o poder aquisitivo dos preços dos bens e serviços atingidos pela inflação, que pode ou não refletir integralmente as taxas de inflação. Um índice de correção monetária relativa a um setor da economia não é necessariamente igual à inflação ocorrida neste mesmo setor.

A correção monetária, ou atualização monetária, foi introduzida no Brasil, em 1964, com a criação das Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional (ORTN), que reajustava mensalmente os preços dos bens e serviços, bem como das principais operações financeiras do país. A ORTN foi a origem de uma série de indexadores de correção monetária, tais como a OTN, BTN, URV e a TR, entre outros, sendo que este última teve seus objetivos iniciais desvirtuados, já que foi concebida para atuar efetivamente como uma taxa referencial de juros e não como um mecanismo de atualização monetária.

A maioria das análises de projetos de investimento são desenvolvidas com base em projeções elaboradas à  *moeda constante* e  **de poder aquisitivo referente à uma data-base**. Entretanto, caso a análise seja realizada em  *moeda corrente*, para que os efeitos da inflação possam ser incorporados aos fluxos de caixa, é necessário se utilizar os fatores de juros de modo que os efeitos inflacionários atuantes sobre a moeda, em diferentes instantes do tempo possam ser reconhecidos. O procedimento usual para se tratar com a perda no poder de compra que acompanha a inflação segue os seguintes passos: (Thuesen, 1977)

- 1) Estima-se todos os valores do fluxo de caixa associados ao projeto, em termos de moeda corrente do dia;



- 2) Modifica-se os valores estimados no passo 1 de modo que em cada data futura eles representem os valores naquela data, em termos de moeda da época;
- 3) Calcula-se a quantia equivalente do fluxo de caixa resultante do passo 2, considerando-se o valor do dinheiro no tempo.

Na prática, a maioria das análises de projetos trabalham com *preços constantes*, isto é, a partir da suposição de que os preços e custos aumentam de acordo com as taxas de inflação, sejam elas quais forem, de maneira que seu valor permaneça constante, se expresso em moeda estável. Esses preços sempre fazem referência a uma data-base.

Entretanto, nem sempre é recomendável trabalhar com preços constantes, principalmente nos casos de alguns preços ou custos do projeto não acompanhem as taxas de inflação e sofram variações *reais* de preços, em função de fatores econômicos, tais como escassez, excesso de oferta, evoluções tecnológicas etc. A projeção de tais preços é assunto fora dos objetivos do presente texto. De qualquer modo, sabe-se que a previsão de preços em moeda estável é mais simples do que em moeda corrente, pois, nesse segundo caso, as taxas de inflação precisam ser estimadas, além das variações reais dos preços, o que é muito difícil e impreciso.

### 2.1.8.3 Medição da Inflação (Assaf Neto, 1994)

Um índice de preços é resultante de um procedimento estatístico que, entre outras aplicações, permite medir as variações ocorridas nos níveis gerais de preços, de um período para outro. Em outras palavras, o índice de preços representa uma média global das variações de preços que se verificaram num conjunto de determinados bens, ponderada pelas respectivas quantidades.

No Brasil são utilizados inúmeros índices de preços, sendo originados de amostragem e critérios desiguais e elaborados por diferentes instituições de pesquisa. Antes de selecionar um índice para atualização de valores monetários, deve-se analisar a sua representatividade em relação aos propósitos em questão.

O quadro 2 relaciona os valores do Índice Geral de Preços - IGP, da Fundação Getúlio Vargas, de maio a dezembro de determinado ano.

**QUADRO 2 - Índice Geral de Preços - IGP/FGV**

Mês	Ago/96	Set/96	Out/96	Nov/96	Dez/96
IGP	132,679	132,849	133,141	133,517	134,689

Através da evolução destes índices de preços podem ser identificados como os preços gerais da economia variaram no período. Para tanto, relaciona-se o índice do fim do período que se deseja estudar com o do início.

A taxa de inflação, a partir de índices de preços, pode ser medida por:

$$\pi = (I_1 / I_0) - 1$$

(13)



onde:  $\pi$  é a taxa de inflação procurada;  $I_1$  representa o índice de preços relativo à data desejada, ou data-referência; e  $I_0$  indica o índice relativo à data inicial, ou data base.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 15

Com base nos índices do quadro 1, calcule a inflação ocorrida entre os meses de agosto e dezembro de 1996:

$$\pi = (134,689 / 132,679) - 1 = 1,0151 \Rightarrow 1,51\% \quad \Rightarrow$$

Desta forma, os ajustes para se conhecer a evolução real de valores monetários em inflação se processam mediante *indexações* (inflacionamento) e *desindexações* (deflacionamento) dos valores aparentes, através de índices de preços.

A indexação consiste em corrigir os valores aparentes de uma data em moeda representativa de mesmo poder de compra em momento posterior. A desindexação, ao contrário, envolve transformar valores aparentes em moeda representativa de mesmo poder de compra num momento anterior.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 16

Com base nos índices do quadro 3, analise se houve ganho ou perda numa transação que envolveu a aquisição de um bem em agosto por \$200.000 e sua venda em novembro por \$220.000:

$$\pi = (133,517 / 132,679) - 1 = 1,00632 \Rightarrow 0,632\%$$

▫ Valor do bem em dezembro (inflacionamento):

$$P_1 = 1,00632 \cdot 200.000 = 201.264,00$$

▫ Ganho (comparação na mesma data):

$$220.000/201.264 = 1,09309 \Rightarrow + 9,309\% \quad \Rightarrow$$

O comportamento da inflação se processa de maneira exponencial, ocorrendo aumento de preço sobre um valor que já incorpora acréscimos apurados em períodos anteriores. Da mesma forma que o regime de juros compostos, a formação da taxa de inflação assemelha-se a uma progressão geométrica, verificando-se juros sobre juros. São válidos para a inflação os mesmos conceitos de juros compostos e de taxas de juros equivalentes, apresentados neste capítulo.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 17

Determine a taxa de inflação acumulada nos três primeiros meses de 1996, sabendo-se que as taxas de inflação para janeiro, fevereiro e março do ano em questão, medidas pelo IGPM/FGV, foram, respectivamente, 1,73%, 0,97% e 0,40%.

$$\pi_{\text{acum}} = [(1+0,0173).(1+0,0097).(1+0,004)] - 1 = 0,0313 \Rightarrow 3,13\% \quad \Rightarrow$$

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 18

A taxa de inflação de um determinado ano é de 25%. Determine a taxa mensal de inflação equivalente:

$$\pi = 25\% \text{ a.a.} \Rightarrow \pi_{\text{MENSAL}} = (1+0,25)^{1/12} - 1 = 0,018769 \Rightarrow 1,88\% \text{ a.m.} \quad \Rightarrow$$



### 2.1.9 Taxas de Juros Reais e Aparentes

Num contexto inflacionário, sabe-se que um capital  $P$  atingido por uma taxa de inflação  $\pi$  produz um montante  $P_1 = P_0 \cdot (1 + \pi)$ , num determinado período. Corrigindo-se este montante a uma taxa de juros  $i$ , obtém-se outro montante  $P_2 = P_0 \cdot (1 + \pi) \cdot (1 + i)$ , donde é deduzida a expressão da taxa aparente  $i_A$  de remuneração do capital inicial investido:

$$i_A = [(1 + i) \cdot (1 + \pi)] - 1 \quad (14)$$

A taxa de inflação comporta-se essencialmente como a fórmula de juros compostos. Se, por exemplo, um produto custa hoje R\$100 e a taxa de inflação é de 20% ao mês, deverá ser vendido no próximo mês a R\$120, no mês seguinte a R\$144, e assim por diante, de modo a compensar a desvalorização sofrida pela moeda.

A avaliação econômico-financeira de projetos é realizada usualmente a preços constantes, ou seja, a preços relativos a uma data-base, produzindo a mensuração da rentabilidade real do referido projeto. Numa economia inflacionária, entretanto, os preços são continuamente indexados aos valores relativos à data-base do projeto, implicando na correção dos valores futuros de fluxo de caixa em relação àquela referência. Conseqüentemente, obtém-se uma taxa aparente de retorno relacionada à taxa real de retorno, que seria obtida se o estudo fosse efetuado à moeda constante, através da equação (14).

Em resumo, a taxa aparente de juros  $\pi$  é uma *taxa de juros* composta de uma parcela de juros real e outra de inflação, ou seja é uma taxa de juros que traz embutida a inflação em curso. Já a taxa de juros  $i$  é uma taxa teoricamente *pura*, ou seja, é uma taxa que reflete o juro efetivamente envolvido numa operação.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 19

Num determinado momento da economia, cuja inflação está em torno de 2 % a.m., quanto renderia, em termos reais, uma aplicação de capital oferecida a 5 % a.m.?

- Como a taxa oferecida é a taxa aparente,  $i_A = 5$  % a.m., torna-se necessário alterar a disposição da expressão (14) para o cálculo da taxa real de juros:

$$i = [(1 + i_A) / (1 + \pi)] - 1 \therefore i = [(1 + 0,05) / (1 + 0,02)] - 1 = 0,0294 \Leftrightarrow 2,94\% \text{ a.m.} \quad \Rightarrow$$

### 2.1.10 Taxas de Juros Pré-Fixadas e Pós-Fixadas

As taxas de juros pré-fixadas incorporam os componentes básicos que formam as taxas de juros em seu sentido pleno, ou seja, o lucro, os custos, o risco e a expectativa inflacionária. Em resumo, a taxa de juros pré-fixada é composta por juros real mais inflação embutida. As operações financeiras com juros pré-fixados permitem o



conhecimento prévio, no momento da aplicação, da taxa de juros que irá remunerar o capital investido.

As taxas de juros pós-fixadas não incorporam as expectativas inflacionárias em sua formação, pois estão sempre vinculadas à evolução de algum índice de preços, denominado de indexador econômico ou de correção monetária. Desta forma, a taxa de juros pós-fixada corresponde à taxa de juros real completamente separada da inflação. As operações financeiras com juros pós-fixados permitem o conhecimento prévio, no momento da aplicação, apenas da taxa de juros real que irá remunerar o capital investido, uma vez que a taxa de juros total somente será conhecida ao final da operação, quando da divulgação do indexador escolhido.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 20

A aplicação de um capital pode ser realizada à taxa de juros de 32% a.a., pré-fixada, ou à taxa de juros real de 20% a.a., mais correção monetária pós-fixada. Escolha a melhor alternativa.

- Inflação embutida:  $\pi = (1,32 / 1,20) - 1 = 0,10 \Leftrightarrow 10\% \text{ a.a.}$
- A escolha dependerá da inflação futura:

$\pi < 10\%$  - aplicar à taxa pré-fixada, pois a correção embutida na taxa será maior que a inflação verificada. ☞

$\pi = 10\%$  - aplicar à qualquer uma das duas taxas, pois ambas oferecerão a mesma remuneração. ☞

$\pi > 10\%$  - aplicar à taxa pós-fixada, pois a correção embutida na taxa será menor que a inflação verificada. ☞

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 21

Qual a rentabilidade que tornaria o investimento em um CDB pré-fixado de 90 dias equivalente a um CDB pós-fixado pelo IGPM, também de 90 dias, que remunerasse à taxa de 8,4% a.a.? Considere a operação ocorrendo nos 3 primeiros meses de 1996, cujas variações do IGPM são, respectivamente, 1,73%, 0,97% e 0,40%.

- A utilização da expressão (14) permite se conhecer a remuneração final do CDB pós-fixado, que deve equivaler ao CDB pré-fixado:

$$i_A = [ (1,084)^{90/360} \cdot (1,0173 \cdot 1,0097 \cdot 1,0040) ] - 1 = 1,0523 \text{ (para 90 dias)}$$
$$\Leftrightarrow (1,0523)^{360/90} - 1 = 0,2261 \Leftrightarrow 22,61\% \text{ a.a.} \quad \text{☞}$$

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 22

Um CDB adquirido em 02/01/95 remunera à taxa de 18% a.a., acrescido da variação do IGPM. Calcule seu preço unitário em 02/04/95, sabendo-se que as variações do IGPM nos meses de janeiro, fevereiro e março foram, respectivamente, de 0,92%, 1,39% e 1,12%.

- Para uma aplicação de R\$ 1, utiliza-se a expressão (14) para corrigir o valor e para aplicar a taxa de juros real equivalente para o prazo de 90 dias:

$$i_A = [ (1,18)^{90/360} \cdot (1,0092 \cdot 1,0139 \cdot 1,0112) ] - 1 = 1,0784 \Leftrightarrow \text{R\$ } 1,0784 \quad \text{☞}$$





### 2.1.11 Sistemas de Amortização

Quando se contrai um empréstimo ou se recorre a um financiamento, evidentemente, o valor recebido nesta operação, ou seja, o principal, terá que ser restituído à respectiva instituição financeira, acrescido da sua remuneração, que são os juros.

As formas de devolução do principal mais juros são denominadas de Sistemas de Amortização. Os Sistemas de Amortização mais utilizados são apresentados a seguir, complementados por exemplos numéricos. (Hirschfeld, 1984)

#### 2.1.11.1 Sistema Francês de Amortização - PRICE

Este sistema também é conhecido como *Sistema Price* e é muito utilizado em todos os setores financeiros, principalmente nas compras a prazo de bens de consumo, através do crédito direto ao consumidor.

No Sistema Price, as prestações são iguais e sucessivas, onde cada prestação é composta por duas parcelas: juros e amortização do capital; cujo cálculo baseia-se numa série uniforme de pagamentos.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 23

Calcular os valores das parcelas de juros e amortizações referentes a um empréstimo de R\$ 100.000, pelo sistema PRICE, a uma taxa de 5 % a.m. e prazo de 5 meses.

- amortização igual à subtração prestação e juros:  $A = R - J$
- cálculo da prestação pela fórmula (8):  
 $R = 100.000 \cdot \{[0,05 \cdot (1 + 0,05)^5] / [(1 + 0,05)^5 - 1]\} = 23.097,48$  ☞
- juros no 1º mês pela fórmula (1), sobre o saldo devedor:  
 $J_1 = 100.000 \cdot 1 \cdot 0,05 = 5.000$  ( e assim por diante) ☞

Mês	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00			
1	81.902,52	18.097,48	5.000,00	23.097,48
2	62.900,17	19.002,35	4.095,13	23.097,48
3	42.947,69	19.952,47	3.145,01	23.097,48
4	21.997,60	20.950,10	2.147,38	23.097,48
5	0,00	21.997,60	1.099,88	23.097,48

#### 2.1.11.2 Sistema de Amortização Constante - SAC

Este sistema é muito utilizado em financiamentos internacionais de bancos de desenvolvimento e no sistema financeiro de habitação brasileiro, bem como em financiamentos de longos prazos.



As prestações do Sistema SAC são sucessivas e decrescentes em progressão aritmética, cujo valor de cada prestação é composto por uma parcela de juros e outra de amortização constante do capital.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 24

Calcular os valores das parcelas de juros e amortizações referentes a um empréstimo de R\$ 100.000, pelo sistema SAC, a uma taxa de 5 % a.m. e prazo de 5 meses.

- prestação igual à soma da amortização e juros:  $R = A + J$
- cálculo da amortização constante:  $A = 100.000 / 5 = 20.000$  ↗
- juros no 1º mês pela fórmula (1), sobre o saldo devedor:  
 $J_1 = 100.000 \cdot 1 \cdot 0,05 = 5.000$  ( e assim por diante) ↗

Mês	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00			
1	80.000,00	20.000,00	5.000,00	25.000,00
2	60.000,00	20.000,00	4.000,00	24.000,00
3	40.000,00	20.000,00	3.000,00	23.000,00
4	20.000,00	20.000,00	2.000,00	22.000,00
5	0,00	20.000,00	1.000,00	21.000,00

#### 2.1.11.3 Sistema Americano de Amortização

Neste sistema, pagam-se apenas os juros durante o período do empréstimo e o principal é amortizado ao final da operação. Trata-se um sistema utilizado em operações de curto prazo.

#### 2.1.11.4 Sistema de Pagamento Único

Este é o sistema mais simples e é muito utilizado para financiamentos industriais de capital de giro. O tomador simplesmente paga os juros e amortiza o principal no final do empréstimo.



## 2.2 Fluxo de Caixa de Projetos

Um projeto pode ser analisado sob diversas óticas. Pode-se considerar o projeto sob o ponto de vista do agente empreendedor, da sociedade em que ele estará funcionando e interagindo, sob o ponto de vista do agente financiador, sob o ponto de vista da nação, sob os pontos de vista individuais etc. Normalmente se distinguem duas óticas de análise: a social e a privada. (Neves, 1982)

Sob a ótica social, consideram-se os benefícios e custos gerados pelo projeto para a sociedade como um todo. Nesse caso, os preços dos fatores de produção são avaliados em função de sua abundância ou escassez na região onde será implantado o projeto e não mais em função dos preços de mercado.

Sob a ótica privada, objetivo do presente trabalho, considera-se o ponto de vista do agente empreendedor (ou acionista), com os preços dos fatores de produção avaliados em nível de mercado. Tais fatores, tangíveis, isto é, aqueles que podem ser quantificados monetariamente, são alocados no tempo à medida que for sendo prevista a sua entrada (receitas) ou saída (custos). Essa alocação de recursos constitui o fluxo de caixa do projeto e através do mesmo será realizada a sua comparação com os demais projetos, sob a ótica privada. (Neves, 1982)

A ótica privada não considera, em princípio, fatores ditos intangíveis em um projeto, ou seja, aqueles que não podem ser avaliados monetariamente. A consideração dos fatores intangíveis de um projeto é normalmente realizada após a análise de rentabilidade e principalmente para decidir entre alternativas que não apresentem diferenças significativas de rentabilidade.

A expressão **Fluxo de Caixa** é utilizada, indistintamente, para indicar as entradas e saídas de recursos de caixa de um projeto, ou mesmo de uma empresa, tanto à curto prazo como nas projeções de longo prazo, nas quais são reproduzidos, em cada período de tempo, os investimentos, receitas, custos, lucros e recursos gerados.

Em outras palavras, o fluxo de caixa de um projeto é, portanto, um quadro onde são alocadas, ao longo da vida útil do projeto, a cada instante de tempo, as saídas e entradas de capitais. A seguir, são apresentados os princípios básicos para a elaboração de fluxos de caixa de projetos empresariais, bem como as principais técnicas de projeção dos mesmos.

### 2.2.1 Características Relevantes

Conceitualmente, o fluxo de caixa de longo prazo não difere do fluxo de caixa de curto prazo utilizado pelas empresas. Entretanto, quando da elaboração do fluxo de caixa de longo prazo são necessárias alguns princípios básicos e considerações, tais como: (Neves, 1982)

- adota-se a convenção de fim de período, onde a representação de todas as entradas (receitas) e saídas (despesas) de caixa de um projeto ocorrentes ao longo de um período são consideradas como se efetivadas ao fim desse mesmo período;



- adota-se a convenção de início de período para a consideração dos investimentos, em contraposição ao caso das receitas e despesas, num raciocínio análogo ao que ocorre em qualquer aplicação financeira;
- adota-se a ótica *com e sem o projeto* para a estimativa dos fluxos de caixa (**fluxo de caixa incremental**), de forma que ocorra sempre a comparação entre, pelo menos, duas alternativas, isto porque sempre existirá a alternativa de nada fazer, ou seja, o *status quo*.
- admite-se que a geração do lucro e o desembolso para pagamento do respectivo imposto de renda ocorram no mesmo período;
- considera-se o capital de giro necessário à operação do projeto sob análise;
- considera-se que a produção e a venda ocorram no mesmo período, ou seja, não há formação de estoques além do previsto no cálculo do capital de giro;
- considera-se a inflação prevista somente no caso de um projeto com o fluxo de caixa definido, ou seja com valores fixos e irreajustáveis ao longo de sua vida;
- considera-se a elaboração do fluxo de caixa a preços constantes (**moeda constante, com data-base definida**), em condições de grande incerteza a respeito do comportamento futuro da inflação, com base na pressuposição de que a inflação atua igualmente nas receitas e custos, anulando, portanto, os seus efeitos;
- adota-se o custo de oportunidade do projeto como a medida do quanto a empresa está perdendo por não aplicar o investimento considerado numa melhor alternativa disponível, fora o projeto em questão;
- utiliza-se, em geral, o ano como um intervalo de tempo adequado para as análises de viabilidade, porém em alguns casos é necessário considerar o fluxo de caixa a intervalos menores (semestrais, trimestrais ou mensais);
- utiliza-se o conceito de vida útil de um projeto em função do período de tempo em que se planeja manter o mesmo realmente em operação e até que ponto as estimativas e previsões são possíveis.

Os projetos podem ser classificados a partir das características de seus fluxos de caixa e pelo grau de dependência que possa existir entre dois ou mais projetos.

Um *projeto de investimento convencional* é aquele em que os valores iniciais do fluxo de caixa são negativos, sendo os demais subsequentes valores positivos. Por outro lado, num *projeto de financiamento convencional* ocorre justamente o contrário. Entretanto, quando ocorre mais de uma mudança de sinal na seqüência do fluxo de caixa, um projeto, tanto de investimento quanto de financiamento, é definido como sendo *não convencional*.

Quanto à classificação pelo grau de dependência, os projetos de investimento podem ser *dependentes* ou *independentes*, sempre que existir a possibilidade de implementação simultânea de dois ou mais projetos.

Em comparações de alternativas de projetos duas a duas, os projetos de investimento são economicamente independentes se a aceitação ou recusa de um nada afeta o fluxo de caixa do outro. Em contrapartida, os projetos são ditos economicamente dependentes se a aceitação ou recusa de um influir sobre o fluxo de caixa do outro.



Os projetos ditos dependentes podem ser classificados em três grupos: (a) *projetos contingentes*, onde a aceitação de um depende da anterior aceitação do outro; (b) *projetos complementares*, onde a aceitação de um tem impacto favorável sobre o fluxo de caixa do outro; (c) *projetos mutuamente exclusivos*, onde a aceitação de um implica a rejeição automática do outro, seja por razões técnicas ou por razões financeiras. (Abreu e Stephan, 1982)

O quadro 3 mostra um modelo genérico do fluxo de caixa de um determinado projeto industrial, apesar de não existir um modelo padronizado para apresentação de fluxos de caixa, sob o ponto de vista do acionista.

**QUADRO 3 - Modelo Genérico de um Fluxo de Caixa do Acionista**

<b>Discriminação</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>.....</b>	<b>Ano n</b>
<b>Receitas Líquidas</b>					
<b>(-) Tributos Incidentes sobre as Receitas</b>					
<b>(-/+ Custos Fixos e Variáveis</b>					
<b>(-/+ Despesas Diversas</b>					
<b>(-) Depreciação</b>					
<b>(=) LAJIR (Lucro antes dos Juros e do IR)</b>					
<b>(-) Despesas Financeiras (Juros)</b>					
<b>(=) LAIR (Lucro antes do IR)</b>					
<b>(-/+ Imposto de Renda</b>					
<b>(=) Fluxo Líquido</b>					
<b>(+) Depreciação</b>					
<b>(+/-) Capital de Giro</b>					
<b>(-) Investimentos</b>					
<b>(+) Empréstimos</b>					
<b>(-) Amortizações (Principal)</b>					
<b>(=) Fluxo de Caixa</b>					

### 2.2.2 Exercícios de Projeção (Woiler e Mathias, 1987)

As projeções dos elementos de um fluxo de caixa podem ser de curto, médio e longo prazos. Tal classificação envolve o critério algo subjetivo do que seja prazo curto, médio e longo. Em geral, admite-se como sendo de *curto prazo* a projeção que cobre o período de um mês até um ano. As projeções que vão de um a dois anos são consideradas de *médio prazo* e daí em diante tem-se o *longo prazo*. As projeções de curto prazo também são chamadas previsões.

As projeções de curto prazo podem ser obtidas através de modelos de previsão que levem em conta eventuais variações estacionais. Outras formas de previsões de curto prazo são as pesquisas de opinião e as pesquisas de campo em âmbito setorial ou



de economia. Tais pesquisas tendem a refletir o estado de espírito do momento ou uma fase particular do ciclo econômico em que se encontra a economia.

Em termos de análise de projetos, as mais importantes são as projeções de médio e longo prazos, porque os projetos têm um prazo de implantação e de maturação que, em geral, é bem superior a um ano.

A projeção dos diversos componentes do fluxo de caixa de um projeto, tais como a demanda, preços de venda, custos, taxas de juros, impostos etc, pode ser realizada em dois grandes níveis de agregação: por projeção macroeconômica e por desagregação setorial.

A projeção macroeconômica, feita através de modelos econométricos ou não, é a mais comuns nos projetos empresariais. Isto se deve ao fato de que sua obtenção é mais rápida e bem mais barata.

A projeção por desagregação setorial permite que sejam obtidos os valores projetados de consumo em cada setor. A projeção do consumo para toda a economia é obtida pela agregação dos respectivos consumos setoriais. Tal projeção de demanda desagregada demora mais tempo para ser feita e custa mais caro, porque é necessário que seja analisada a demanda setor por setor. Tal tipo de projeção só desperta interesse quando existe necessidade de um conhecimento mais detalhado e preciso para a determinação dos diversos custos e fatores envolvidos no projeto.

Uma projeção de demanda para um projeto empresarial pode ser feita por critérios quantitativos e/ou qualitativos. Entre os critérios quantitativos, os mais conhecidos são: a análise temporal, a análise de regressão, os modelos econométricos e as matrizes de entrada-saída. Com relação aos critérios qualitativos, que são muito empregados em *projeção tecnológica*, os mais importantes são: a técnica Delphi, a analogia histórica, o painel de especialistas e a elaboração de cenários.

O uso de determinado tipo de abordagem irá depender da disponibilidade de dados, do horizonte de projeção aventado, do custo incorrido na projeção etc.

Assim sendo, a partir do ano 0, os valores monetários atribuídos aos elementos do fluxo de caixa genérico, mostrado no quadro 3, devem ser levantados a partir de algum método de projeção, uma vez que já pertencem ao futuro.



## 2.3 Métodos para Análise de Fluxos de Caixa

A análise econômico-financeira e a decisão sobre a viabilidade do fluxo de caixa de um projeto de investimento isolado, ou de vários projetos, exige o emprego de métodos, critérios e regras que devem ser obedecidas. Apesar de não existir um critério único, unanimemente aceito pelos empresários, acionistas, órgãos e instituições de financiamento e meio acadêmico (Contador, 1981), este capítulo apresentará um resumo dos dois indicadores mais utilizados na análise e seleção de projetos de investimentos, bem como as respectivas considerações sobre as vantagens e desvantagens de cada um.

A análise de fluxos de caixa de projetos de investimentos requer abordagens multidisciplinares e possibilita a utilização de inúmeros métodos e técnicas matemáticas, econômicas e da pesquisa operacional, e os indicadores apresentados a seguir invariavelmente estão presentes nesse processo.

### 2.3.1 Taxa Mínima de Atratividade

Conceitualmente, a Taxa Mínima de Atratividade - TMA, também denominada de taxa de desconto que representa o custo do capital próprio, pode ser definida como a taxa de juros que o capital seria remunerado numa outra melhor alternativa de utilização, além do projeto em estudo. Em outras palavras, para um órgão de fomento ou instituição de financiamento, o custo de investir certo capital num projeto corresponde ao possível lucro perdido pelo fato de não serem aproveitadas outras alternativas de investimento viáveis no mercado.

Existem várias correntes metodológicas e estudos empíricos para a determinação da taxa de desconto, descritas detalhadamente num capítulo do trabalho de Contador (1981). No capítulo 2.8 desta apostila, serão tratadas as formas de estimativas da TMA e sua base conceitual. Em termos gerais, a TMA é uma taxa que deve ser composta por uma taxa de juros básica (livre de risco) e uma taxa de juros que representa a compensação pelo risco que o investidor deseja correr para investir seu capital.

A partir de observações em trabalhos realizados, pode-se concluir, razoavelmente, que a taxa de desconto no Brasil, em termos reais, sem consideração da inflação, oscila entre 12 e 20% ao ano. Isto não exclui, no entanto, a possibilidade de que a taxa de desconto se modifique ao longo do tempo e que sofra alguns ajustes para diferentes níveis de risco de projetos alternativos.

### 2.3.2 Valor Presente Líquido - VPL

O Valor Presente Líquido - VPL, também chamado Valor Atual Líquido, pode ser considerado um critério mais rigoroso e isento de falhas técnicas e, de maneira geral, o melhor procedimento para comparação de projetos diferentes, mas com o mesmo horizonte de tempo.

Este indicador é o valor no presente ( $t=0$ ) que equivale a um fluxo de caixa de um projeto, calculado a uma determinada taxa de desconto. Portanto, corresponde, à soma algébrica das receitas e custos de um projeto, atualizados a uma taxa de juros que



reflita o custo de oportunidade do capital. Assim sendo, o projeto será viável se apresentar um VPL positivo e na escolha entre projetos alternativos, com mesmo horizonte de tempo, a preferência recai sobre aquele com maior VPL positivo.

O VPL de um fluxo de caixa pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\text{VPL} = \sum_{t=0}^n F_t / (1 + i)^t \quad (15)$$

onde  $F_t$  indica o fluxo de caixa líquido do projeto, no período  $t$ .

Se o valor do VPL for positivo, então a soma na data 0 de todos os capitais do fluxo de caixa será maior que o valor investido. Como se trabalha com estimativas futuras de um projeto de investimento, pode-se dizer que o capital investido será recuperado, que será remunerado à taxa de juros que mede o custo de oportunidade do capital e que o projeto irá gerar um lucro extra, na data 0, igual ao VPL. (Lapponi, 1996)

Portanto, o critério do VPL estabelece que enquanto o valor presente das entradas for maior que o valor presente das saídas, calculados com a T.M.A., que mede o custo de oportunidade do capital, o projeto deve ser aceito.

- **VPL > 0** ⇒ o projeto deve ser aceito;
- **VPL = 0** ⇒ é indiferente aceitar ou rejeitar projeto;
- **VPL < 0** ⇒ o projeto deve ser rejeitado.

Talvez a única desvantagem deste indicador seja a dificuldade da escolha da taxa de desconto ou taxa mínima de atratividade. Os pontos fortes do VPL são a inclusão de todos os capitais do fluxo de caixa e o custo do capital, além da informação sobre o aumento ou decréscimo do valor da empresa.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 25

Determine o VPL, considerando uma taxa de desconto de 8% ao ano, do Projeto Y, cujo fluxo de caixa é mostrado abaixo.

ANO	FLUXO DE CAIXA
0	- 1.000.000
1	200.000
2	200.000
3	200.000
4	400.000
5	500.000

- utilizando-se a fórmula (15):  
$$\text{VPL} = - 1.000.000 + 200.000 (1,08)^{-1} + 200.000 (1,08)^{-2} + 200.000 (1,08)^{-3} + 400.000 (1,08)^{-4} + 500.000 (1,08)^{-5} = 149.722,94$$





O conceito de equivalência financeira é de fundamental importância no raciocínio do VPL, pois dois ou mais fluxos de caixa de mesma escala de tempo são equivalentes quando produzem idênticos valores presentes num mesmo momento, calculados à mesma taxa de juros.

Em resumo, para que se possa avaliar alternativas de investimentos, propostas de compra ou venda é indispensável a comparação de todos os fatores em uma mesma data, ou seja, proceder o cálculo do VPL do fluxo de caixa em questão.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 26

Determine o VPL, considerando uma taxa de desconto de 12% ao ano, do Projeto A, cujo fluxo de caixa é mostrado abaixo.

ANO	PROJETO A	PROJETO B	PROJETO C
0	- 40.000	- 50.000	- 30.000
1	10.000	12.000	8.000
2	10.000	12.000	8.000
3	13.000	16.000	10.000
4	13.000	16.000	10.000
5	13.000	16.000	10.000

- utilizando-se a fórmula (15):

$$VPL_A = - 40.000 + 10.000 (1,12)^{-1} + 10.000 (1,12)^{-2} + 13.000 (1,12)^{-3} + 13.000 (1,12)^{-4} + 13.000 (1,12)^{-5} = 1.791,94$$

$$VPL_B = - 50.000 + 12.000 (1,12)^{-1} + 12.000 (1,12)^{-2} + 16.000 (1,12)^{-3} + 16.000 (1,12)^{-4} + 16.000 (1,12)^{-5} = 916,22$$

$$VPL_C = - 30.000 + 8.000 (1,12)^{-1} + 8.000 (1,12)^{-2} + 10.000 (1,12)^{-3} + 10.000 (1,12)^{-4} + 10.000 (1,12)^{-5} = 2.667,66$$

- O projeto C é o mais viável porque apresenta o maior VPL, à 12% a.a.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 27

Determinar a melhor alternativa para o recebimento pela venda de um equipamento dentre as seguintes opções: (a) 30% no pedido; 30% na entrega, após 2 meses; e o saldo em 2 parcelas mensais iguais, após a entrega; (b) 20% no pedido; 40% na entrega, após 2 meses; e 40% 2 meses após a entrega. Considerar uma T.M.A. de 3% a.m.

- Comparar ambos os fluxos de caixa em  $t=0$ , à taxa de 3% a.m.:

$$(a) VPL_a = 30 + 30 / (1,03)^2 + 20 / (1,03)^3 + 20 / (1,03)^4 = 94,35$$

$$(b) VPL_b = 20 + 40 / (1,03)^2 + 40 / (1,03)^4 = 93,24$$

Na análise realizada com o método do VPL, todos os dados que participam do seu cálculo são estimativas, pois o objetivo é a medição da potencialidade de uma idéia, na tentativa de se antecipar bons resultados no futuro. Nessa análise deve-se considerar que o valor da taxa de juros permanecerá constante durante a duração do projeto; entretanto, esse cenário é uma simplificação da realidade que deverá operar com taxas variáveis de juros. O risco associado com a variabilidade do custo de capital pode ser analisado a partir de uma análise de sensibilidade do valor do VPL em função da taxa de juros  $i$ , conforme mostrado na figura 5. Será tomado como base o fluxo de caixa do Exercício Resolvido nº 25, que é um fluxo de caixa convencional, ou seja, aquele em que os investimentos antecedem as receitas líquidas do projeto, havendo, portanto, apenas uma inversão de sinal.

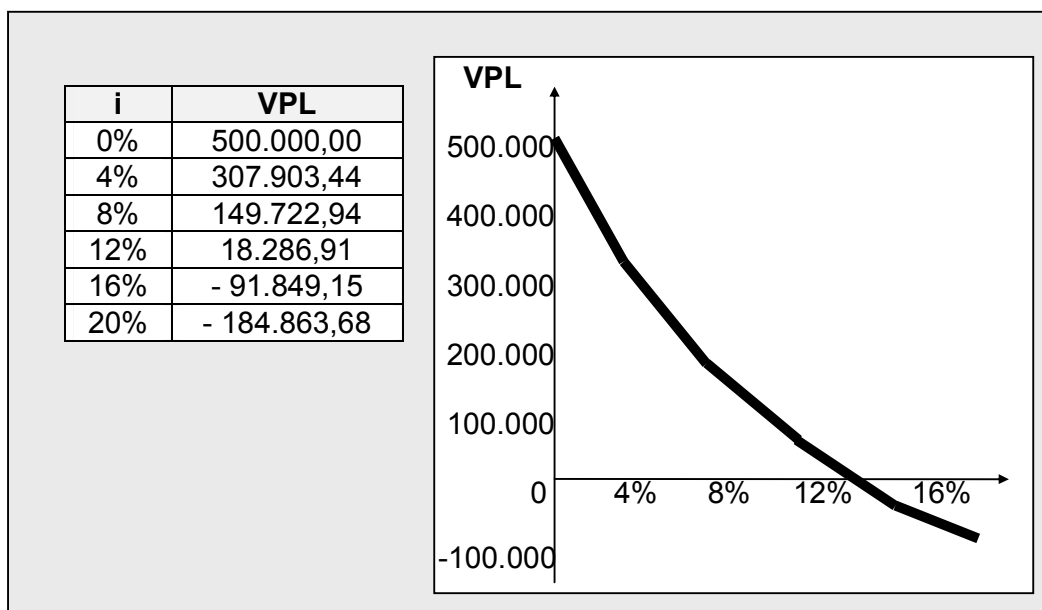


FIGURA 5 - Análise de Sensibilidade:  $VPL = f(i)$

### 2.3.3 Série Uniforme Líquida - SUL

O método da Série Uniforme Líquida (SUL) transforma todas as entradas e saídas de um fluxo de caixa numa série uniforme de pagamentos equivalente, indicando, assim, o valor resultante líquido, de benefícios ou custos, por período, do projeto considerado.

A formulação matemática para o cálculo da SUL é função do VPL, conforme a expressão abaixo, que desagrega o VPL em valores periódicos, iguais e sucessivos, positivos ou negativos, conforme o caso:

$$SUL = \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot \sum_{t=0}^n \frac{F_t}{(1+i)^t} \quad (16)$$

onde  $F_t$  indica o fluxo resultante líquido do projeto, no período  $t$ .

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 28**

Determine a SUL do fluxo de caixa do projeto do Ex. Res. nº 25, também a 8 % a.a.

▫ aproveitando o cálculo do VPL da Figura 5:

$$\text{SUL} = 149.722,94 \cdot (P/R, 8\%, 5) = 149.722,94 \cdot 0,2505 = 37.499,08 \quad \Rightarrow$$

Particularmente nos casos de comparação entre projetos com variações apenas nos custos, o SUL é denominado de Custo Anual Uniforme (CAU), uma vez que as receitas e benefícios são consideradas iguais para todas as alternativas. O CAU indica, desta forma, o valor do custo líquido do projeto, por período do horizonte de estudo, que não precisa ser necessariamente anual, podendo ser semestral, trimestral, mensal etc. A denominação de Custo Anual Uniforme deve-se ao fato de que a maioria dos grandes projetos de investimento são analisados a partir de fluxos de caixa divididos em períodos anuais.

São válidas as mesmas considerações efetuadas para o método do VPL e, na comparação entre projetos, a alternativa que apresentar a maior SUL positiva será a preferível. No caso do CAU, deve ser escolhida a alternativa de menor valor absoluto deste indicador como a mais viável financeiramente.

**QUADRO 4 - Fluxo de Caixa do Projeto Z**

	<b>FLUXO DE CAIXA</b>
<b>0</b>	<b>- 2.500.000</b>
<b>1</b>	<b>- 700.000</b>
<b>2</b>	<b>- 800.000</b>
<b>3</b>	<b>- 800.000</b>
<b>4</b>	<b>- 900.000</b>
<b>5</b>	<b>- 900.000</b>

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 29**

Determine o CAU do fluxo de caixa do Projeto Z do quadro 5, a 10 % a.a.

▫ utilizando-se a fórmula (16):

$$\text{CAU} = [ -2.500.000 - 700.000(1,10)^{-1} - 800.000(1,10)^{-2} - 800.000(1,10)^{-3} - 900.000(1,10)^{-4} - 900.000(1,10)^{-5} ] \cdot (P/R, 10\%, 5) = -5.572.113,80 \cdot 0,2638 = -1.469.909,58 \quad \Rightarrow$$

**2.3.4 Taxa Interna de Retorno - TIR**

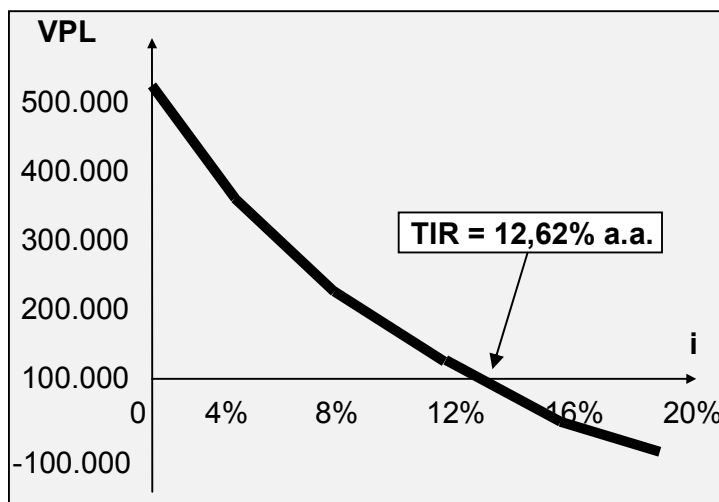
A Taxa Interna de Retorno - TIR é a taxa de desconto que equaliza o valor presente dos benefícios/receitas e dos custos/despesas de um projeto de investimento. Trata-se de um indicador de larga aceitação e um dos mais utilizados como parâmetro de decisão, mas existem restrições ao seu uso.

A TIR de um determinado projeto é a taxa de juros  $i^*$  que satisfaz a equação:

$$\sum_{t=0}^n F_t / (1 + i^*)^t = 0 \quad (17)$$

O grau desta equação está relacionado com o horizonte de planejamento do projeto, acarretando o aparecimento de equações com grau maior que 2, cuja solução algébrica é extremamente complexa. O problema pode ser resolvido por processos iterativos de tentativa e erro, determinando-se um VPL positivo e outro negativo, correspondente às duas taxas de juros tomadas arbitrariamente. A seguir, procede-se a interpolação linear desses valores para o VPL nulo, encontrando-se, assim, a taxa interna de retorno desejada. (Oliveira, 1982)

A figura 6 utiliza o gráfico da figura 6 para apresentar a visualização do conceito da TIR, para um caso de fluxo de caixa convencional.



**FIGURA 6 - Taxa Interna de Retorno - TIR**

Um projeto de investimento será considerado viável, segundo este critério, se sua TIR for igual ou maior ao custo de oportunidade dos recursos para sua implantação. Assim, quanto maior a TIR, maior a atratividade do projeto.

- **TIR > TMA** ⇒ o projeto deve ser aceito;
- **TIR = TMA** ⇒ é indiferente aceitar ou rejeitar projeto;
- **TIR < TMA** ⇒ o projeto deve ser rejeitado.

A TIR não é critério para comparação entre alternativas, embora possa parecer intuitivo que a alternativa de maior TIR remunera melhor o capital investido e, portanto, deve ser a escolhida.

Como existem algumas restrições ao seu emprego, a TIR somente deve ser utilizada nos seguintes casos: (Contador, 1981)

- quando os projetos possuírem dois ou mais períodos e tiverem seus investimentos antecedendo os benefícios;
- quando a comparação ocorrer entre projetos mutuamente exclusivos e com a mesma escala de tempo;
- como critério básico para ordenação de projetos com restrições orçamentárias;
- como recurso para se conhecer a taxa de juros envolvida num financiamento.

A maior vantagem do método da TIR é apresentar como resultado o valor de uma taxa de juros, caracterizando-se como um indicador de rentabilidade, enquanto o método do VPL pode ser considerado como um indicador de lucratividade.



Um fluxo de caixa convencional, cujos investimentos antecedem as receitas líquidas, ou seja, no qual existe apenas uma inversão de sinal, existirá somente uma única TIR. No caso de fluxos de caixa não convencionais, com mais de uma inversão de sinal, poderá existir mais de uma TIR, ou seja, TIR múltiplas.

No caso de fluxos de caixa que apresentarem mais de uma TIR, não é correto se utilizar o critério da TIR, pois se perderá o sentido da análise, uma vez que pode haver divergência na indicação da viabilidade do projeto quando da comparação das várias TIR com a TMA. Neste caso, recomenda-se a utilização o método do VPL.

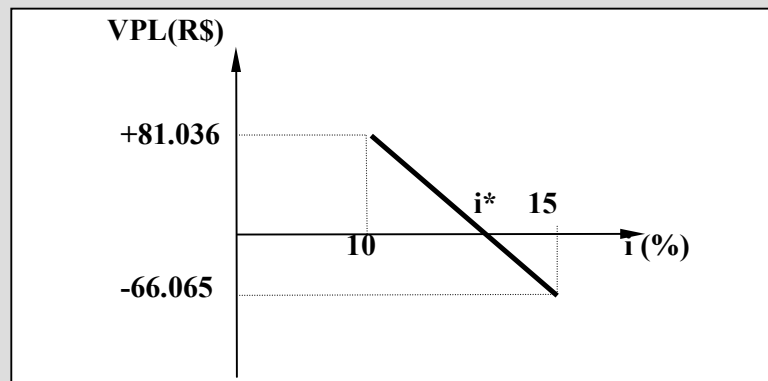
Preconiza-se que para o cálculo da TIR não há necessidade de uma taxa de desconto, ponto inicial ao método do VPL. Isto, no entanto, é totalmente ilusório. A decisão de aceitar ou rejeitar um projeto, com base na TIR, tem como critério a sua comparação com uma mínima taxa de retorno aceitável. Ora, esta taxa mínima, na realidade, é a taxa de desconto para o método do VPL, o que invalida a afirmativa da não necessidade de uma taxa de atratividade, quando do uso da TIR.

Em resumo, o VPL é a quantia máxima que se poderia elevar o custo do investimento hoje, para que esse ainda continuasse viável. Já a TIR é a taxa de desconto para o qual o VPL de um projeto é igual a zero. Para o caso onde a TIR existe e é única, pode ser vista como a maior taxa de juros que pode ser paga se todos os recursos necessários fossem obtidos via empréstimo.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 30

Determine a TIR do fluxo do Projeto A do Exercício Resolvido nº 25 e verifique a sua atratividade, sabendo-se que a TMA é igual a 8% a.a.

- Inicialmente, arbitra-se uma taxa de juros de 10% a.a. O VPL para esta taxa é de R\$ 81.036,44. Como este VPL é positivo, arbitra-se uma outra taxa de juros maior, tal como 15% a.a., chegando-se ao VPL negativo de R\$ 66.065,31. Por interpolação linear o valor da TIR corresponde a 12,75% a.a. Entretanto, utilizando-se uma calculadora eletrônica, o valor exato da TIR é igual a 12,62% a.a. Esta diferença ocorreu pela suposição da ligação linear entre os pontos do gráfico, quando, na realidade, tal ligação segue uma função exponencial. A calculadora realiza a operação por aproximações sucessivas, até encontrar o resultado desejado.
- $TIR = 12,62\% \text{ a.a.} > TMA = 8\% \text{ a.a.} \Rightarrow$  Projeto Viável





## 2.4 Comparação entre Alternativas de Projetos

Nas comparações entre alternativas de projetos de investimentos, o valor do dinheiro no tempo é um fator fundamental e qualquer metodologia utilizada para tal finalidade deve levá-lo em consideração, tendo como ponto de partida os elementos dos fluxos de caixa dos projetos que serão analisados.

Os métodos apresentados no capítulo anterior são os mais utilizados para a comparação entre alternativas de projetos e a aplicação de cada um deles depende das características de seus fluxos de caixa e do inter-relacionamento entre as diversas alternativas de investimento, ou seja, a maneira como os efeitos de um dos projetos afetam os fluxos de caixa do demais.

Uma vez conhecido o inter-relacionamento entre os projetos, a primeira providência a ser tomada é redefini-los, de modo que sejam formados conjuntos de projetos mutuamente exclusivos, conjuntos esses independentes entre si. Tal procedimento é importante, uma vez que permite a comparação dos projetos, ou seja, fica-se em condições de escolher em cada conjunto a melhor alternativa e, além disso, ficar-se-á com um conjunto de alternativas de projetos economicamente independentes entre si, fundamental à seleção de projetos sob restrição de capital.

Abreu e Stephan (1982) citam o seguinte exemplo: Se um dos locais alternativos para a construção de uma nova fábrica implicar, primeiramente, na abertura de uma estrada ligando-a à mais próxima rodovia, o seu custo deverá ser incluído no custo de localizar a fábrica nesse local. Desta maneira, somente restarão para análise as alternativas mutuamente exclusivas de localização da fábrica em questão.

### 2.4.1 Alternativas de Mesma Duração

Projetos com diferentes *vidas úteis* não são diretamente comparáveis, uma vez que estão sujeitos a conflitos em decorrência das disparidades de tamanho e de tempo. Mesmo no caso de projetos de mesma duração, ou seja, com a mesma *vida útil*, deve-se ficar atento às disparidades de tamanho, já que podem apresentar divergências nos resultados das figuras de mérito do VPL, SUL, TIR e B/C.

A situação mais comum nas análises de projetos é a necessidade de escolha dentre um conjunto de alternativas mutuamente exclusivas e com a mesma duração, isto é, com todas as alternativas se estendendo por um mesmo horizonte de planejamento.

Os métodos mais utilizados para a comparação entre alternativas mutuamente exclusivas e de mesma duração são: VPL, SUL e B/C. Como já foi dito, a TIR não é critério para comparação entre alternativas. Entretanto, considerando-se que uma empresa tem por objetivo a maximização do lucro, em função do capital investido, o VPL é o indicador mais apropriado para a comparações em questão.

Como já descrito anteriormente, quando a aceitação de um dos projetos pertencentes a um grupo de propostas de investimento implicar na impedância da realização de qualquer outro projeto deste mesmo grupo, estes são considerados *mutuamente exclusivos*.



Por exemplo, uma prefeitura deseja pavimentar um certa estrada de terra da cidade e possui as seguintes alternativas: (1) utilizar paralelepípedos; (2) executar o serviço em concreto asfáltico; e (3) aplicar emulsão asfáltica. É óbvio que a escolha recairá exclusivamente sobre uma única alternativa, pois não podem ocorrer simultaneamente.

Na comparação entre projetos mutuamente exclusivos, a diferença futura entre as alternativas é importante para a determinação da conveniência econômica de um projeto comparado com os demais.

Para se demonstrar a importância da assertiva acima, considere os fluxos de caixa e dois projetos mutuamente exclusivos  $P_1$  e  $P_2$ , bem como o fluxo de caixa da diferença entre eles. A comparação entre as alternativas  $P_1$  e  $P_2$  é feita pelo simples exame do fluxo de caixa da diferença entre  $P_1$  e  $P_2$ . Assim, para que a decisão da escolha possa ser tomada, utiliza-se a seguinte regra: se o fluxo de caixa ( $P_2 - P_1$ ) for economicamente viável, a alternativa  $P_2$  deve ser a escolhida; caso contrário, a preferência deve ser dada à alternativa  $P_1$ .

Isto caracteriza a análise econômica do investimento incremental, que pode ser efetuada com a utilização do VPL e da TIR, conforme apresentado a seguir.

#### 2.4.2 Análise Marginal

A análise marginal é uma ferramenta importante na comparação de duas alternativas mutuamente exclusivas, com a mesma duração. Ela consiste em subtrair os diagramas de fluxos de caixa das alternativas e analisar a viabilidade do *incremento*.

O investimento ou projeto marginal é considerado desejável economicamente se produzir um retorno que exceda a taxa de retorno de atratividade mínima. Em outras palavras, se o VPL do investimento marginal for maior que zero, o incremento é considerado viável economicamente e a alternativa que comporta este investimento adicional é designada como a melhor.

Para a utilização do critério de decisão pelo VPL para uma série de alternativas mutuamente exclusivas, os seguintes passos devem ser seguidos: (Thuesen, 1977)

- 1) As alternativas devem ser listadas em ordem crescente de investimentos;
- 2) Inicialmente, a alternativa de menor custo no ano zero é considerada a melhor, no momento;
- 3) Compara-se a melhor alternativa no momento com a primeira alternativa concorrente, ou seja, a próxima de menor investimento. Se o VPL do fluxo de caixa marginal for maior que zero, esta alternativa passa a ocupar a posição de melhor no momento. Caso contrário, esta alternativa é eliminada da análise e aquela que era a melhor até o momento, permanece em sua posição. A próxima alternativa a ser comparada será a de menor investimento;
- 4) Repete-se o passo 3. Estas comparações prosseguem até que todas as alternativas tenham participado da análise. A alternativa que maximiza o VPL é aquela com a posição de melhor no momento quando terminarem as comparações.

A utilização da TIR na análise marginal segue o mesmo padrão empregado para o VPL. A única diferença está no passo 3, que determina se um investimento é



economicamente viável ou não. Para este caso, o incremento do projeto é considerado desejável se sua TIR for maior que a TMA, isto é, o custo de oportunidade dos recursos disponíveis em outros investimentos. Entretanto, o simples fato do retorno sobre o investimento marginal ser superior à TMA não significa que o projeto de maior investimento também apresenta resultado semelhante.

Assim sendo, se dois projetos são comparados pela TIR e o primeiro deles, de menor investimento inicial, apresentar retorno insuficiente, a análise marginal poderá indicar um resultado superior à TMA, sem, contudo, o segundo projeto ser atrativo. Torna-se essencial a observância por parte do analista de que a proposta de menor investimento inicial apresenta um retorno superior ao mínimo exigido.

#### QUADRO 5 – Análise Marginal de Projetos Mutuamente Exclusivos

PROJETO	A	B	B - A
Investimento	100.000	120.000	20.000
Fluxo Anual Líquido	40.000	50.000	10.000
Duração	5 anos	5 anos	5 anos

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 31

Considere os projetos do quadro 5 e determine o melhor, para uma TMA de 10% a.a.

- A partir da técnica da análise marginal do VPL e da TIR:  
PROJETO A:  $VPL_A(10\% \text{ a.a.}) = 51.631,47$ ;  $TIR_A = 28,65\% \text{ a.a.} \Rightarrow$  VIÁVEL  
PROJETO B-A:  $VPL_{B-A}(10\% \text{ a.a.}) = 17.907,87$ ;  $TIR_B = 41,04\% \text{ a.a.} \Rightarrow$  VIÁVEL
- Logo, em virtude do projeto marginal ser viável, o Projeto B é melhor que o Projeto A  $\Rightarrow$

#### 2.4.3 Alternativas de Durações Diferentes

Apesar de ser comum que a maioria dos projetos alternativos tenham idênticos horizontes de planejamento, existem casos de projetos alternativos cujas durações estimadas são desiguais. Todavia, pelos princípios da análise econômica, projetos de diferentes horizontes não são comparáveis.

Para a resolução deste impasse poder-se-ia adotar o mínimo múltiplo comum dos horizontes de planejamento dos projetos de diferentes tempos de duração, de modo que se torne possível compará-los numa base temporal uniforme.

Por exemplo, suponha-se a comparação de dois projetos com horizontes de planejamento de 5 e 7 anos, respectivamente. Baseado no método citado acima, a comparação entre estas duas alternativas seria feita para um horizonte de 35 anos, que é o m.m.c. entre 5 e 7. Assim, para efeito de comparação, utilizar-se-ia o projeto com duração de 5 anos por sete vezes e o de duração de 7 anos por cinco vezes, considerando-se a hipótese que os projetos seriam repetidos continuamente, nas mesmas condições iniciais.





Entretanto, tal procedimento torna-se bastante trabalhoso, principalmente para projetos de longa vida. Para simplificar o processo acima, a utilização do método da SUL deve ser preferível, uma vez que este indicador representa o equivalente do VPL, desagregado a cada período da vida do projeto. Nesse caso, para o  $VPL > 0$ , deve-se, obviamente preferir o projeto de maior SUL. No caso de projetos de custos, evidentemente o projeto preferível será o de menor SUL.

A sistemática de cálculo é simples: procede-se normalmente o cálculo das SUL, a partir da expressão (15), considerando-se as durações originais de cada projeto, e, em seguida, analisa-se o resultado com base nas regras preconizadas para a figura de mérito escolhida, o VPL ou a TIR.

A comprovação da utilização da SUL na comparação de projetos com horizontes de tempo diferentes originou-se da técnica do m.m.c., citada anteriormente. Assim, após o cálculo das SUL, conforme o procedimento acima, repete-se, continuamente, os projetos até o horizonte de tempo igual ao m.m.c. de seus respectivos tempos de duração. Em seguida, calcula-se os VPL de cada projeto, já que, agora, todos estão com seus tempos de duração equalizados. Nesta fase, pode-se observar que os fatores de cálculo dos VPL de cada projeto, apresentados na expressão (7) são idênticos, uma vez que o valor de  $n$  é o mesmo para todas as alternativas, sofrendo variação, nos cálculos, apenas o coeficiente do fator em questão, que é justamente a SUL original de cada alternativa. Portanto, se os fatores multiplicadores das SUL são iguais, torna-se desnecessário o emprego da técnica do m.m.c. e do VPL, bastando tão somente o cálculo das SUL para a comparação entre projetos com horizontes diferentes.

Em resumo, no caso de projetos mutuamente exclusivos, de diferentes tempos de duração, deve-se aplicar o método da SUL, exceto nos casos em que as futuras oportunidades de reinvestimento sejam previsíveis com segurança.

#### QUADRO 6 - Projetos Mutuamente Exclusivos de Durações Diferentes

PROJETO	A	B
Investimento	50.000	75.000
Fluxo Anual Líquido	15.000	17.250
Duração	7 anos	9 anos


#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 32

Considere os projetos do quadro 6 e determine o melhor, para uma TMA de 10% a.a.

▫ A partir da técnica de utilização da SUL:

PROJETO A:  $VPL_A(10\% \text{ a.a.}) = 23.026,28$ ;  $SUL_A = 4.729,73 \Rightarrow$  MAIS VIÁVEL

PROJETO B:  $VPL_B(10\% \text{ a.a.}) = 24.343,16$ ;  $SUL_B = 4.226,96$

▫ Como se pode observar, ambos projetos são viáveis, sendo que o Projeto B apresenta um VPL maior que o Projeto A, mas sua duração é de 9 anos, contra 7 anos do outro projeto, fato que inviabiliza tal comparação. Utilizando-se o método da série uniforme líquida, o Projeto A deve ser o escolhido, porque possui uma SUL maior do que o Projeto B, 

2.



É um fato comum ocorrer limitação de recursos para financiar todos os projetos requisitados pela empresas, tanto as públicas como as privadas, e órgãos de fomento. Desta forma, estas restrições orçamentárias levam à necessidade de se escolher aquele conjunto de alternativas de projetos economicamente mais interessante, cuja demanda por recursos não exceda o volume disponível.

Com freqüência, as empresas são obrigadas a escolher dentre vários projetos requerendo investimentos durante mais de um período, sendo limitado o volume de recursos disponível para cada um desses períodos. Para isso, existem diversos modelos de programação matemática para a determinação do *pacote* orçamentário de melhor viabilidade econômica, sob condições de restrição financeira. No presente trabalho, será apresentado somente um desses modelos, de forma sucinta e informativa, cabendo ao estudante, interessado em se aprofundar no assunto, pesquisar a vasta bibliografia existente. (Abreu e Stephan, 1979)

O modelo a ser focado é a Programação Linear, que é uma técnica utilizada para resolver problemas de alocação de recursos limitados, em atividades competitivas, de maneira ótima. Este método envolve o planejamento de atividades e visa fundamentalmente encontrar uma solução ótima para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares, isto é, aquela que atinja o melhor resultado dentre todas as possíveis alternativas.

De uma forma geral, a proposição matemática de um problema de programação linear objetiva a determinação dos valores de  $X_1$ ,  $X_2$ , ...,  $X_n$ , que maximize (ou minimize) a seguinte função linear:

$$\max Z = \sum_{i=1}^n C_i \cdot X_i \quad (18)$$

sujeita às restrições:

$$\begin{aligned} A_{11} \cdot X_1 + A_{12} \cdot X_2 + \dots + A_{1n} \cdot X_n &\leq b_1 \\ A_{21} \cdot X_1 + A_{22} \cdot X_2 + \dots + A_{2n} \cdot X_n &\leq b_2 \\ \dots &\dots \\ A_{m1} \cdot X_1 + A_{m2} \cdot X_2 + \dots + A_{mn} \cdot X_n &\leq b_m \\ X_i &\geq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (19)$$

onde  $A_{ij}$ ,  $b_i$  e  $C_j$  são constantes. A função  $Z$ , a ser maximizada (ou minimizada), é chamada de **Função Objetivo** e suas incógnitas denominadas de **Variáveis de Decisão**.

Dada  $n$  atividades, as Variáveis de Decisão representam os níveis dessas atividades. Por exemplo, se cada atividade a produção de um determinado produto, então  $X_j$  representa o número de unidades do  $j$ -ésimo produto a ser fabricado durante um dado período de tempo;  $Z$  representa a medida de efetividade total do problema, podendo ser uma receita operacional, o valor de uma compra etc;  $C_j$  é o multiplicador



da Função-Objetivo responsável por cada unidade de acréscimo em  $X_j$ , tal como o preço unitário do produto;  $b_i$  é a quantidade de recursos  $i$  disponível para as  $n$  atividades; e  $A_{ij}$  significa a quantidade de recursos  $i$  consumidos por cada unidade da atividade  $j$ . (Hillier and Lieberman, 1974)

**QUADRO 7 - Fluxos de Caixa de Projetos Alternativos**

ALTER - NATIVA	INVEST. INICIAL	FLUXO LÍQUIDO (1-10 anos)	VALOR RESIDUAL (ano10)	VPL (8% a.a.)
A <sub>1</sub>	1.000.000	200.000	100.000	388.336
A <sub>2</sub>	1.200.000	210.000	200.000	301.756
B <sub>1</sub>	2.000.000	310.000	500.000	311.722
B <sub>2</sub>	3.000.000	500.000	800.000	725.595
C <sub>1</sub>	3.500.000	450.000	1.000.000	-17.270

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 33**

Como aplicação desta técnica para a tomada de decisão entre projetos alternativos, num panorama de restrição orçamentária, é apresentado o quadro 7, com fluxos de caixa de diferentes projetos. Sabendo-se que os projetos A<sub>1</sub> e A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub>, e C<sub>1</sub> são independentes e os de mesma letra são mutuamente exclusivos, determine os melhores projetos, para uma verba disponível de R\$ 3.500.000,00.

- Este problema é facilmente convertido ao formato da programação linear. As variáveis de decisão  $X_j$ , no presente caso, devem ser números inteiros e, por convenção, serão apenas 0 e 1, sendo o primeiro indicativo de rejeição da proposta  $j$  e o segundo caracteriza a aceitação desta proposta. O valor  $C_j$  corresponderá ao VPL da proposta  $j$ . As restrições para este tipo de problema são os resultados de dois diferentes tipos de relação. Um tipo de restrição reflete a limitação orçamentária do investimento; o outro reflete a relação entre as propostas, ou seja, a classificação quanto à independência e exclusividade mútua. Assim, a formulação é a seguinte, em R\$.10<sup>3</sup>:

$$\text{Maximize } Z = 388,34 X_{A1} + 301,76 X_{A2} + 311,72 X_{B1} + 725,60 X_{B2} - 17,27 X_{C1}$$

Sujeito às restrições:

$$1.000 X_{A1} + 1.200 X_{A2} + 2.000 X_{B1} + 3.000 X_{B2} + 3.500 X_{C1} \leq 3.500 ;$$

$$X_{A1} + X_{A2} \leq 1 \text{ (projetos mutuamente exclusivos);}$$

$$X_{B1} + X_{B2} \leq 1 \text{ (projetos mutuamente exclusivos);}$$

$$X_{A1} \geq 0 ; X_{A2} \geq 0 ; X_{B1} \geq 0 ; X_{B2} \geq 0 ; X_{C1} \geq 0.$$

Resolvendo-se este problema pelo Método Simplex, a solução produzida é a seguinte:

$$X_{A1} = 0 ; X_{A2} = 0 ; X_{B1} = 0 ; X_{B2} = 1 ; X_{C1} = 0.$$

- Assim, a alternativa  $X_{B2}$  é a única a ser aceita e, por conseguinte, todas as demais são rejeitadas. O valor de  $Z$  para esta solução é de R\$ 725.595. ↵



## 2.5 Influência do Imposto de Renda

Até agora considerou-se apenas a premissa básica de que o objetivo da avaliação privada é a maximização dos lucros, mas não foi levado em consideração que nem todos os lucros dos projetos privados destinam-se integralmente aos proprietários das empresas, uma vez que boa parte vai para o governo, sob a forma de impostos.

O procedimento para se considerar a existência dos impostos é simples: basta subtrair do diagrama de fluxo de caixa do projeto considerado, período a período, o fluxo correspondente aos impostos incidentes sobre o projeto.

A maioria dos impostos pode ser classificada num dos grupos abaixo: (Costa e Attie, 1990)

- a) impostos do tipo *custos fixos*: independem da produção e são pagos de uma só vez ou periodicamente (por exemplo, imposto de transmissão de imóveis e imposto predial);
- b) impostos do tipo *custos variáveis*: dependem diretamente da produção, incidindo sobre os gastos com algum insumo, sobre o serviço, sobre a receita de venda ou sobre o valor agregado (por exemplo, impostos de importação, IPI, ICMS e ISS).

Quando o imposto está num dos grupos acima, torna-se simples colocar seu efeito no diagrama de fluxo de caixa de um projeto. Entretanto, quando o imposto não se enquadra nos grupos mencionados, como é o caso do Imposto de Renda - IR, existe a necessidade de se estudar seus efeitos sobre o projeto.

### 2.5.1 Contabilidade da Depreciação

A depreciação pode ser definida como a redução no valor de um patrimônio físico com o decorrer do tempo. Independentemente do método utilizado, a carga anual de depreciação é função do custo original do ativo, de sua vida útil estimada e do preço, denominado *valor residual*, que se espera obter pela sua venda, quando este for retirado de serviço. Só existe sentido em se tratar da depreciação para os ativos fixos de uma empresa, que são os bens cuja duração em uso é superior a um ano e destinam-se à utilização nas operações da empresa e não à venda. Exemplos: máquinas, edifícios, terrenos, móveis etc.

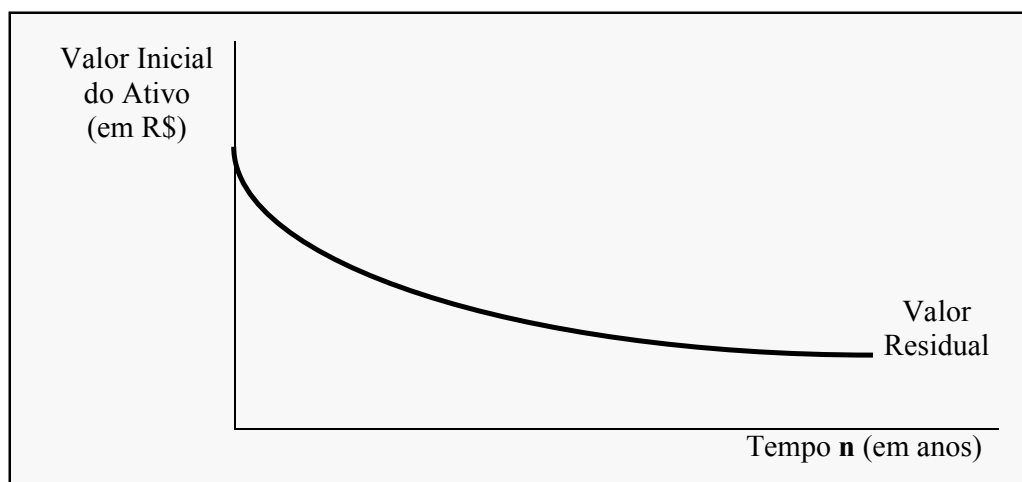
Do ponto de vista econômico, e este é o conceito que deve ser adotado nas análises de projetos, a depreciação não é considerada como um custo, mas como uma fonte de recursos para as operações da empresa. Trata-se de um volume de capital sem destinação específica a curto prazo, que poderá ser utilizado a critério da administração da empresa. (Oliveira, 1982)

A depreciação produz um impacto sobre os impostos e, conseqüentemente, afeta a rentabilidade dos projetos empresariais de investimento.

A legislação brasileira do Imposto de Renda regulamenta a depreciação anual de ativos, a partir da fixação de taxas-limites anuais de depreciação, como, por exemplo: 10% para móveis e utensílios; 10% para máquinas e acessórios industriais; 20% para veículos; 4% para edifícios e construções; etc. Deve-se sempre confirmar as taxas da legislação brasileira em vigor.

Essas taxas são as cargas máximas de depreciação anual permitida legalmente pelo governo. Dentro desses limites, a legislação brasileira permite a utilização de qualquer método de depreciação, desde que a cota a ser lançada em cada período não ultrapasse o valor determinado pela depreciação linear. Satisfeito esse requisito, pode-se, inclusive, alterar o esquema de um período para o outro. (Fleischer, 1973)

Quando a depreciação é considerada para fins contábeis, o padrão de valor futuro de um patrimônio deve ser prognosticado. Normalmente, assume-se que o valor de um ativo decresce anualmente, de acordo com as várias funções matemáticas existentes. Entretanto, a escolha de um modelo particular que possa representar, da melhor maneira possível, a redução do valor de um ativo no decorrer do tempo, é uma tarefa difícil. Contudo, uma vez escolhida a função matemática que relacione o valor do ativo ao longo do tempo, pode-se conhecer o valor contábil deste patrimônio em qualquer momento de sua vida útil. A figura 7 mostra uma função genérica da relação citada acima.



**FIGURA 7 - Função Genérica Valor do Ativo X Tempo**

O valor contábil, ao final de um ano qualquer, é igual ao valor contábil no início do ano menos o custo de depreciação debitado durante este ano. Em outras palavras, o valor contábil de um ativo equivale ao valor original de compra subtraído das correspondentes depreciações anuais acumuladas.

Apesar de existirem vários métodos de cálculo da depreciação, na prática apenas o método linear é adotado pelas empresas brasileiras. Em Oliveira (1982), existem diversos outros métodos de depreciação utilizados, tais como: o Exponencial; o do Fundo de Renovação; e o da Soma dos Dígitos.

O método de depreciação linear, também denominado de depreciação em linha reta ou em quotas fixas, assume que o valor de um ativo decresce à uma taxa constante. A quota de depreciação a ser deduzida anualmente e o valor contábil a cada ano podem ser expressos pelas seguintes fórmulas:

$$D_t = (C_0 - VR) / n \quad (20)$$

$$r = 1 / n \quad (21)$$



onde  $D_t$  é a depreciação contabilizada durante o ano  $t$ ;  $C_0$  corresponde ao valor de aquisição do ativo;  $VR$  é o valor residual estimado;  $n$  indica a vida útil estimada do ativo; e  $r$  é a taxa anual de depreciação.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 34

Considere um determinado ativo adquirido por R\$ 50.000,00, com valor residual estimado em 20% do valor de aquisição e com vida útil de 8 anos. Calcule a parcela anual de depreciação linear deste ativo e a correspondente taxa de depreciação.

$$\square VR = 0,20.50.000 = 10.000; D = (50.000 - 10.000) / 8 = 5.000; r = 1/8 = 0,125.$$

Logo: Depreciação Anual = R\$ 5.000,00 e Taxa de Depreciação = 12,5 % a.a. 

### 2.5.2 Apuração do Lucro Tributável

A carga tributária representa um ônus real, cujo efeito é o reduzir o valor dos fluxos monetários resultantes de um dado investimento. Desta forma, um projeto viável economicamente pode ser considerado antieconômico, caso o Imposto de Renda não seja levado em conta em sua análise.

O Imposto de Renda incide sobre o lucro tributável da empresa, que, por sua vez, é influenciado pela por procedimentos de contabilidade de depreciação, que visam assegurar condições para a reposição dos ativos da companhia, quando isto tornar-se necessário à continuidade das operações. Por isso, a legislação tributária permite às empresas deduzirem de seu lucro anual a correspondente carga de depreciação, para fins de cálculo do Imposto de Renda.

Conforme a legislação em vigor, o Imposto de Renda de pessoas jurídicas, em geral, é apurado pela aplicação de uma determinada alíquota sobre o lucro tributável da empresa, que é definido da seguinte forma:

$$\boxed{\text{LUCRO TRIBUTÁVEL} = \text{RECEITAS} - \text{DESPESAS} - \text{“DEDUÇÕES”}} \quad (22)$$

Entre as deduções permitidas pela legislação encontra-se a depreciação do ativo imobilizado da empresa, chamada de *depreciação legal*.

Esta dedução é necessária, porque no cálculo do lucro tributável as despesas de um período são os gastos com os fatores de produção consumidos naquele período, daí a distinção entre *investimento* e *despesa*, para efeito de IR.

Investimento é o gasto com fatores de produção que têm vida útil longa e, portanto, são consumidos lentamente no processo produtivo da empresa.

Como já foi colocado anteriormente, o governo não oferece às empresas muitas opções de depreciação, pois são estabelecidos prazos mínimos para a depreciação dos ativos, chamados de *vida útil legal* ou *vida contábil*. Além disso, o governo estabelece que não se podem usar métodos de depreciação que levem a deduções maiores que as obtidas pelo método linear, e permite à empresa arbitrar um valor residual para seus ativos. Como as empresas querem deduzir o máximo o mais cedo possível, as



depreciações são pelo método linear, com valor residual nulo e prazo igual ao mínimo permitido por lei.

### 2.5.3 Fluxo de Caixa após o Imposto de Renda

A legislação do Imposto de Renda é bastante extensa e, para efeito de análise de projetos, deve-se considerar uma série de suposições, que, sem distorcer o problema, permitem que se façam análises considerando o IR, sem a necessidade de se estudar as minúcias da legislação: (Costa e Attie, 1990)

- a) O IR será alocado no fluxo de caixa do projeto no último dia do exercício, apesar de, na realidade, o IR ser pago parceladamente, no ano seguinte;
- b) As únicas deduções permitidas serão a depreciação legal e o valor contábil, no caso de baixa, embora a legislação permita uma série de outras deduções;
- c) Não serão considerados os incentivos fiscais do IR, que, no futuro, trazem benefícios para a empresa;

O Imposto de Renda, segundo a legislação brasileira, é uma fração do lucro tributável (LT); porém, se este ultrapassar um valor estabelecido pelo governo, é aplicada uma taxa adicional sobre o montante excedente. Portanto, existem duas alíquotas para o cálculo do IR: uma aplicada sobre o lucro tributável e outra sobre a parcela de lucro que ultrapassa um limite pré-estabelecido. Matematicamente, o IR para um período é expresso da seguinte forma:

$$\text{IR} = \alpha \cdot \text{LT} \quad \text{se } \text{LT} \leq \text{Y} \quad (23)$$

$$\text{IR} = \alpha \cdot \text{LT} + \alpha_n \cdot (\text{LT} - \text{Y}) \quad \text{se } \text{LT} > \text{Y} \quad (24)$$

onde  $\alpha$  é a alíquota normal do IR;  $\alpha_n$  é a alíquota adicional sobre o lucro excedente; e  $\text{Y}$  é o valor do LT acima do qual existe cobrança do imposto adicional.

A determinação do fluxo de caixa após o IR é calculado a partir da expressão:

$$\text{FC}_d = \text{FC}_a - \text{IR} \quad (25)$$

onde  $\text{FC}$  é o fluxo de caixa depois do IR;  $\text{FC}_a$  é o fluxo de caixa antes do IR; e  $\text{IR}$  é o imposto de renda a ser pago em função do projeto.

O único problema que pode surgir na determinação dos fluxos de caixa após o IR decorre do fato de que a vida útil de utilização do ativo raramente coincide com sua vida contábil, prevista pela legislação tributária. Na prática, para efeito de determinação da rentabilidade de um projeto, a depreciação deve ocorrer ao longo da vida contábil do ativo. Assim, quando houver coincidência entre a vida útil e a contábil, o ativo será depreciado integralmente ao longo do horizonte de planejamento considerado. No caso



da existência de uma vida útil maior que a contábil, o ativo será integralmente depreciado, porém durante um período menor que o horizonte de planejamento. Finalmente, quando a vida útil for inferior à contábil, o ativo será depreciado parcialmente durante o horizonte de planejamento.

Caso o ativo resulte num valor residual líquido maior ou menor que seu valor contábil, à época da retirada de operação, a diferença entre estes valores representará um lucro ou uma perda contábil. No primeiro caso, será declarada como lucro não operacional, ficando sujeita à tributação. Caso contrário, será lançada como perda contábil, que é integralmente abatida do lucro para fins de cálculo do IR a pagar, tal como ocorre com a depreciação.

Certos projetos podem apresentar uma carga de depreciação maior do que os lucros previstos antes de sua dedução, ocasionando o surgimento de um LT negativo ou prejuízo contábil. Este prejuízo refletir-se-á desfavoravelmente sobre o lucro da empresa naquele exercício, provocando uma redução no valor do imposto devido.

Cabe ressaltar que não existe restituição de IR para empresas, segundo a legislação brasileira. Na verdade, o IR negativo tem significado econômico, uma vez que um projeto nesse caso passa a “contribuir” positivamente para o LT da empresa como um todo. Se a empresa não possui outros projetos que gerem lucros, a análise correta é feita colocando-se zero no lugar do IR negativo. (Costa e Attie, 1990)

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 35

Determine o FC após o IR de um projeto com um investimento inicial de R\$ 50.000, benefícios líquidos anuais de R\$ 20.000, durante os 6 anos de sua vida útil, e VR estimado em R\$ 15.000. Sabe-se que a vida contábil é de 4 anos e a alíquota de IR é de 30%.

\* Depreciação anual, com VR nulo, a partir da expressão (20):  
 $D = (50.000 - 0) / 4 = 12.500$ ;

\* Fluxo de caixa após o IR, utilizando-se as expressões (22), (23) e (25):

Ano	FC antes do IR a	Depreciação b	Lucro Tributável c = a + b	IR d = 0,30 . c	FC após o IR e = a + d
0	- 50.000	-	-	-	- 50.000
1	20.000	12.500	7.500	2.250	17.750
2	20.000	12.500	7.500	2.250	17.750
3	20.000	12.500	7.500	2.250	17.750
4	20.000	12.500	7.500	2.250	17.750
5	20.000	-	20.000	6.000	14.000
6	35.000	-	35.000	10.500	24.500





## 2.6 Análise sob Risco e Incerteza

Até o presente momento, todos os cálculos para a análise econômica de um projeto consideravam que os dados empregados eram precisos e de ocorrência certa, com base em algumas premissas básicas.

No entanto, sabe-se que os dados que compõem o fluxo de caixa de um projeto são apenas estimativas de valores e as decisões são tomadas envoltas pelo risco e pela incerteza quanto ao futuro.

Assim sendo, por mais acuradas que sejam as premissas fundamentais e executadas as melhores projeções e estimativas possíveis, não se pode garantir a certeza absoluta sobre a ocorrência dos resultados esperados. Esta imprecisão dos resultados encontra-se intimamente correlacionada à intuitiva noção de risco do empreendimento.

Geralmente, na teoria da decisão existe uma distinção entre *risco* e *incerteza*, cuja conceituação depende do grau de imprecisão associado às estimativas. Quando todas as ocorrências possíveis de uma certa variável encontra-se sujeitas a uma distribuição de probabilidades conhecida, através de experiências passadas, ou que pode ser calculada com algum grau de precisão, diz-se que existe risco associado. Por outro lado, quando esta distribuição de probabilidade não pode ser avaliada, diz-se que há incerteza. A incerteza, de um modo geral, envolve situações de ocorrência não repetitiva ou pouco comum na prática, cujas probabilidades não podem ser determinadas por esta razão. Em última análise, risco é uma incerteza que pode ser medida e, opostamente, incerteza é um risco que não pode ser avaliado. (Oliveira, 1982)

Em resumo, existem três situações para a análise de projetos: situação de certeza, de incerteza e de risco. Em situação de certeza o resultado obtido é sempre o esperado. Na situação de incerteza isso não é mais o caso, sendo que as probabilidades de ocorrência dos eventos aleatórios são desconhecidas. Em situação de risco essas probabilidades são conhecidas. (Abreu e Stephan, 1979)

Existem diversas técnicas desenvolvidas para o tratamento do risco e da incerteza em análise econômica de projetos, inclusive modelos matemáticos e estatísticos sofisticados. Entretanto, muitas dessas técnicas são demasiadamente teóricas, de difícil aplicação prática, ou muito simplificadas, resultando em informações insuficientes para a tomada de decisão.

Mesmo assim, algumas destas técnicas são bastante úteis e podem ser aplicadas com sucesso no tratamento do risco e da incerteza na análise de alternativas de projetos, tais como as que serão aqui abordadas: a *análise de sensibilidade* e a *simulação de risco*.

Todavia, para uma correta aplicação dessas técnicas, torna-se necessário o conhecimento prévio de uma importante ferramenta: a estatística; cujas noções básicas serão apresentadas a seguir.

### 2.6.1 Noções Básicas de Estatística

Os métodos estatísticos são hoje utilizados em quase todos os setores da atividade humana. Nos negócios e na economia, figuram entre os mais importantes métodos de auxílio na tomada de decisão. Como resultado do desenvolvimento da



indústria de computadores, os modernos métodos estatísticos se tornarão cada vez mais importantes para aqueles a quem cabe tomar decisões.

A estatística é uma disciplina importante para o economista, administrador, engenheiro e analista de projetos investimento, em geral, independentemente de seu setor de especialização. A utilização sempre crescente dos computadores permite ao especialista nesses setores utilizar técnicas cada vez mais complexas e aperfeiçoadas. (Guerra e Donaire, 1982)

A estatística, na verdade, constitui uma parte da matemática aplicada e tem por objetivo tirar conclusões sobre uma população, a partir de dados observados em uma amostra dessa população. (Merril e Fox, 1980) A estatística é dividida em *estatística descritiva* e *estatística indutiva*, conforme a definição abaixo:

- Estatística descritiva ou dedutiva: trata da apuração, apresentação, análise e interpretação dos dados observados (descreve as amostras ou a população). É a parte estática da estatística, que consiste no cálculo de valores representativos da amostra e na construção gráfica dos dados observados;
- Estatística indutiva ou inferência estatística: parte do particular para o geral, ou seja, o processo pelo qual são feitas generalizações para a população, a partir da amostra.

População é o conjunto formado por todos os elementos que têm pelo menos uma característica comum de interesse. Amostra é o sub-conjunto da população, que deverá apresentar as características próprias da população. O processo pelo qual, através da amostra, são estudadas as características da população é denominado *Amostragem*.

Fundamentalmente, existem dois tipos de amostragem: a *probabilística* e a *não-probabilística*. A amostragem será probabilística (ou aleatória) se todos os elementos da população tiverem probabilidade conhecida e não nula, de pertencer a amostra; em caso contrário, ela será não probabilística (ou não aleatória). Só a amostragem probabilística permite calcular o erro amostral.

As técnicas de indução estatística usam a hipótese da amostragem ser probabilística, a qual implica na existência de um sorteio (segundo regras bem determinadas); esse sorteio, no entanto, nem sempre pode ser realizado como, por exemplo, no caso da população não ser finita ou não ser totalmente acessível. Assim sendo, em muitos casos utiliza-se a amostragem não aleatória e, nesses casos, o bom-senso poderá indicar a possibilidade de se utilizar ou não as técnicas de indução para esse tipo de amostragem. Portanto, sempre que possível, para obter uma amostra que seja representativa da população, deve-se optar pela amostragem probabilística. (Guerra e Donaire, 1982)

As técnicas estatísticas aqui abordadas serão de grande valia quando da aplicação no tratamento do risco e da incerteza, na análise de projetos. Cabe ressaltar que não é pretensão deste texto esgotar o assunto, pelo contrário, deseja-se, apenas, apresentar as técnicas estatísticas de interesse na matéria em questão.

### 2.6.1.1 Séries Estatísticas

As séries estatísticas sumarizam um conjunto ordenado de observações através do *tempo*, *espaço* e *espécie* do fenômeno. Conforme cada um desses elementos seja a variável, surgem três tipos de séries discretas: histórica, geográfica e especificativa. A



série é histórica ou temporal, quando a variável é o tempo (anos, meses etc), como demonstrado no quadro 8.

#### QUADRO 8 - Custos de Produção da Empresa X

Ano	Valores em R\$
1993	120.000
1994	124.000
1995	118.000
1996	132.000

A série é geográfica quando a variável é o espaço (municípios, zonas etc), permanecendo fixos tempo e espécie, conforme mostrado no quadro 9.

#### QUADRO 9 - Vendas Previstas por Região - RJ - 1995

Mercado	Venda (t / ano)
PETRÓPOLIS	30.000
TERESÓPOLIS	35.000
TRÊS RIOS	28.000
VOLTA REDONDA	50.000

A série é especificativa quando o que varia é a espécie do fenômeno e fixos são os espaços geográfico e o tempo, conforme se verifica no Quadro 10.

#### QUADRO 10 - Distribuição das Qualificações Técnicas - RJ - 1995

Qualificação	Quantidade
ENGENHEIRO	25
ARQUITETO	11
ECONOMISTA	5
TECNICO 2º GRAU	38

A variável a quantificar deverá inicialmente ser classificada em categorias. A escolha de quantidade e tipo de categorias é arbitrária, dependerá do pesquisador. Contudo, categorizar não é tão simples.

#### 2.6.1.2 Números Relativos

Os valores de uma série de números absolutos, resultantes de contagens, terão maior significado se o tomarmos com referência a outro valor, para comparação.



Portanto, para maior significação, os dados deverão sofrer transformação em números relativos, o que possibilitará interpretações comparativas.

Serão abordados aqui os números relativos de maior significação na análise de projetos: o *coeficiente*, as *percentagens* e o *número-índice*. Este último será apresentado no próximo sub-item.

**Coeficientes ou Taxas** - O coeficiente é a razão entre o valor de uma variável e outra variável, da mesma espécie, tomada como referência, numa relação de parte para o todo.

**Percentagem** - Trata-se do número relativo mais empregado: expressa uma relação da parte com o todo em base de 100. O Quadro 11 apresenta uma série especificativa em dados brutos e dados relativos.

**QUADRO 11 - Distribuição das Vendas por Região - 1996**

Região	Vendas (un / mês)	%
RJ	5.500	21,83
SP	8.200	32,54
MG	7.500	29,76
RS	4.000	15,87
Total	25.200	100,00

### 2.6.1.3 Número-Índice

É um elemento estatístico destinado a medir diferenças entre grupos de dados. Há centenas de maneiras de construir números-índices. O método escolhido dependerá, em grande parte, da finalidade do número-índice.

Os números-índices têm, hoje, larga aplicação. São utilizados pelos economistas para medir variações em preços, pelos psicólogos para avaliar diferenças de QI, pelos historiadores para comparar variações de população, pelos empresários para estudar variações nas vendas, pelos sindicatos para se assegurarem de que os salários se elevam de acordo com o nível geral de preços etc. (Merril e Fox, 1980)

O número-índice é a razão típica para uma série histórica, porquanto expressa a relação entre os valores observados em um ano ou mês e o ano ou mês tomado como base de comparação. Comumente essa razão é multiplicada por 100:

$$N_i = (X_i / X_0) \cdot 100 \quad (26)$$

onde  $X_i$  é o valor do ano a ser comparado; e  $X_0$  corresponde ao valor do ano-base de comparação.

O número-índice evidencia a evolução do fenômeno com referência a um determinado ano que é denominado ano-base. A escolha do ano-base é arbitrária, dependendo do critério do pesquisador. O ano-base recebe sempre o valor 100 e os demais anos expressarão em percentual em relação a ele. A interpretação é sempre feita em relação ao ano-base tomado. O número-índice de base fixa é, geralmente, indicado para estudos que não exigem comparações ano a ano, mas comparações entre um



determinado ano considerado significativo (ano inicial de uma mudança ou de alguma meta) e os anos subseqüentes ou antecedentes.

O quadro 12 apresenta uma série histórica e números índices com base em 1990. Assim, o índice 102,3, referente a 1991, denota que a os preços cresceram 2,3 % em um ano, ou seja, em relação a 1990.

**QUADRO 12 - Evolução de um Índice Econômico Setorial - Ano-Base 1990**

Ano	Índice
1990	100,0
1991	102,3
1992	110,8
1993	117,1

Outra técnica estatística para análise do crescimento de fenômenos demográficos e financeiros, ao longo de uma série histórica, é a *taxa média de crescimento anual*.

A taxa média de anual é um número relativo à população inicial e final do período e o lapso de tempo decorrido no período. Assim, a expressão abaixo produz a *taxa média aritmética de crescimento anual*, em termos percentuais:

$$r = \frac{100 (\Delta P_0 / P_0)}{n} \quad (27)$$

onde:  $P_0$  é a população inicial do período em estudo;  $P_1$  é a população final do período em estudo;  $\Delta P_0$  indica o aumento registrado no período ou diferença de  $P_1 - P_0$ ;  $n$  é o número de anos decorridos; e  $r$  representa a taxa média anual de crescimento.

Aplicando a fórmula aos dados do quadro 13, verifica-se que a taxa média aritmética de crescimento anual do índice econômico foi de 5,70 %, de 1990 a 1993.

A taxa média de crescimento anual é de grande utilidade em análise de projetos, porquanto possibilita fazer estimativas para anos intermediários sem dados disponíveis (interpolação) ou estimativas para anos futuros (extrapolação), conforme a seguinte expressão:

$$P_x = P_0 (1 + r n / 100) \quad (28)$$

Assim, a estimativa do índice setorial para 1994 é de 123,77, considerando-se 5,70 % como a taxa média aritmética de crescimento anual e  $n$  igual a 4 anos (1990 a 1994).



### 2.6.1.5 Medidas de Tendência Central

As medidas de localização central, também conhecidas como *medidas de posição*, são valores que representam as tendências de concentração dos dados observados. As medidas de posição mais comumente usadas em análise de projetos são a *média aritmética* e a *média ponderada*. Cada uma apresenta suas vantagens e desvantagens. A medida escolhida depende tanto da natureza dos dados estatísticos como da finalidade a que se destina.

**A Média.** A *média aritmética* é muitas vezes chamada simplesmente *média*, e, assim sendo, será doravante denominada no presente texto. Seja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  um conjunto de números reais. A média deste conjunto é dada por:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n \quad (29)$$

A média é, freqüentemente, utilizada como medida de localização central e, como resultado disso, a maioria das pessoas está familiarizada com ela. Leva em conta cada número do conjunto de observações, com igual peso, e é única, no sentido de que um dado conjunto de números tem uma única média.

A principal desvantagem da média é que ela é afetada por valores extremamente grandes ou extremamente pequenos. Por isso, a média nem sempre é a medida de localização central mais significativa. Essa desvantagem pode tornar-se séria, se estivermos lidando com pequenos conjunto de números.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 36

Considere a renda anual de seis famílias, conforme mostra o quadro abaixo:

\*Pela expressão (28):  $x = (6000 + 5000 + 6000 + 8000 + 12000 + 47\ 000) / 6 = 14000$  ➡

A renda média anual das cinco primeiras famílias é de R\$ 7.400, enquanto que a renda média anual das seis famílias é de R\$ 14.000. Um único dado - a renda da família 6 - teve grande efeito na cifra média anual.

Família	Renda (R\$)
1	6.000
2	5.000
3	6.000
4	8.000
5	12.000
6	47.000

**A Média Ponderada.** Na economia aplicada surgem muitas situações em que se deseja levar em conta a importância relativa de diferentes quantidades ao se calcular uma média. Seja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  um conjunto de números e  $w_1, w_2, \dots, w_n$  um segundo conjunto de números denominados pesos (ou freqüências). Define-se a média ponderada como:



$$X_w = \frac{\sum_{i=0}^n w_i x_i}{\sum_{i=0}^n w_i} \quad (30)$$

A média ponderada é muito utilizada em números-índices. A média aritmética é um caso especial da média ponderada, em que todos os pesos são iguais a 1.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 37

Considere a distribuição de pesos abaixo e encontre o valor da média ponderada: Pela expressão (30):

$x_i$	158	163	168	173	178
$w_i$	4	10	15	9	6

▫  $X_w = (158.4 + 163.10 + 168.15 + 173.9 + 178.6)/(4+10+15+9+6)=168,34$  ↵

#### 2.6.1.6 Medidas de Dispersão

As medidas de dispersão de uma distribuição são valores que indicam o grau de afastamento dos valores da variável em relação à média. As principais medidas de dispersão são: a *amplitude total*, a *variância* e o *desvio-padrão*.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 38

▫ A amplitude **AT** da distribuição 2, 3, 5, 9, 11, 15, 17, 22, 25 é igual a 23 (25 - 2 = 23) ↵

**Amplitude Total.** A amplitude total (**AT**) de uma distribuição é a diferença entre o maior e o menor valor da variável.

**Variância.** A variância de uma distribuição é a média dos quadrados dos desvios. A variância de uma amostra é representada por  $s^2$  e constitui uma estimativa da variância da população  $\sigma^2$ . A variância é calculada pela seguinte expressão:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (31)$$

**Desvio-Padrão.** O desvio-padrão de uma distribuição é a raiz quadrada positiva da variância. O desvio-padrão da população é representado por  $\sigma$  e o desvio-padrão da amostra por  $s$ .

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 39**

Calcule a variância e o desvio-padrão da seguinte amostra: 7, 10, 12, 15, 16, 18, 20:

$$\bar{x} = (7+10+12+15+16+18+20)/7 = 14;$$

▫ Pela expressão (30):

$$\text{Variância: } s^2 = [(7-14)^2 + (10-14)^2 + (12-14)^2 + (15-14)^2 + (16-14)^2 + (18-14)^2 + (20-14)^2] / 6 = 21 \Rightarrow$$

$$\text{Desvio-Padrão: } s = 4,58 \Rightarrow$$

**2.6.1.7 Regressão Linear** (Merril e Fox, 1980)

Entre os métodos estatísticos que têm larga aplicação prática em projeções de séries históricas acham-se a análise de regressão linear e a correlação. Na economia, é a técnica básica para medir ou estimar relações entre variáveis econômicas que constituem a essência da teoria econômica e da vida econômica. Na análise de projetos é uma das técnicas utilizadas para projeção de elementos de um fluxo de caixa, tais como: demanda, custos etc. Neste item serão discutidas as técnicas de regressão linear que envolvem duas variáveis.

O propósito fundamental da análise de regressão linear é estimar a relação entre duas variáveis  $x$  e  $y$ . Os economistas têm interesse nessa relação estimada para fins de predição ou previsão.

Suponha-se, por exemplo, que haja o interesse em estudar as quantidades demandadas de um determinado produto de certo projeto, ao longo do tempo. As quantidades são as variáveis dependentes dos anos, que são as variáveis independentes.

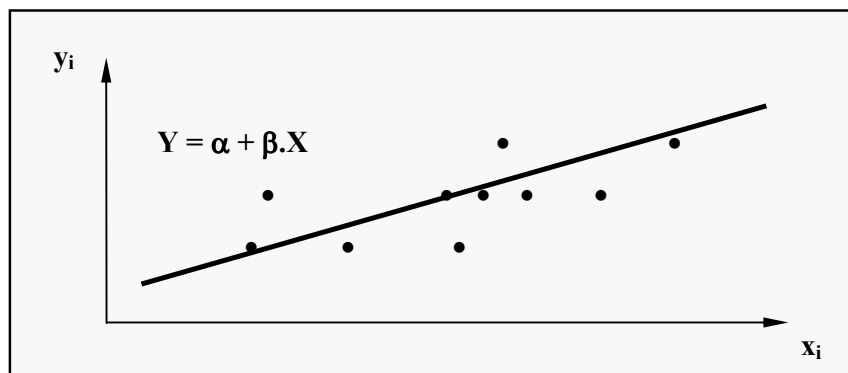
É impossível estimar-se a relação entre duas variáveis sem primeiro fazer certas hipóteses sobre a forma da relação, que, no presente caso, será baseada nas funções lineares.

As funções lineares têm grande importância na economia, porque são relativamente fáceis de manejar e podem ser, freqüentemente, usadas para aproximar funções não-lineares. A Figura 8 ilustra a representação geométrica de uma função linear, que, algebricamente, têm a seguinte forma:

$$y = \alpha + \beta \cdot x \quad (32)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes. A constante  $\alpha$  é chamada coeficiente linear. A constante  $\beta$  é o coeficiente angular.





**FIGURA 8 - Diagrama de Dispersão e Retra Ajustada**

Os pontos do diagrama da Figura 9 distribuem-se de forma que se pode ajustar a eles uma reta. A equação dessa reta constitui a regressão dos  $y$  sobre  $x$ .

O problema consiste em estimar os parâmetros  $a$  e  $b$  da equação de regressão. Para todos os pontos possíveis  $(x,y)$  existe uma reta de regressão  $y = \alpha + \beta.x$ .

Através de uma amostra, obter-se-á uma estimativa da verdadeira equação de regressão, a partir da seguinte expressão:

$$\hat{y}_i = a + b.x_i \quad (33)$$

onde  $\hat{y}_i$  é o  $y_i$  estimado para  $x_i$  e  $a$  e  $b$  as estimativas de  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente.

Com os parâmetros estimados, a equação de regressão permite se fazer previsões sobre a variável  $y$  para dados valores de  $x$ . Entretanto, não se recomenda estimar  $y$  para valores de  $x$  muito afastados do intervalo dos  $x_i$  observados na amostra.

Um dos métodos mais simples para o cálculo das estimativas dos parâmetros  $a$  e  $b$  é o dos *mínimos quadrados*, cujas expressões são as seguintes:

$$b = \frac{n \sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (34)$$

$$a = \sum y_i / n - b . \sum x_i / n \quad (35)$$

No estudo do inter-relacionamento de duas variáveis apenas, deve-se medir se existe uma correlação entre elas. Assim, quando os pontos do diagrama estiverem em torno de uma reta ajustada, a correlação entre as variáveis é chamada linear.

A medição do grau de relação linear entre duas variáveis é realizada pelo cálculo do *coeficiente de correlação linear*, denominado  $r$ , a partir da expressão:

$$r = \frac{n \sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} \quad (36)$$

O valor de  $r$ , que sempre pertencerá ao intervalo  $[-1;1]$ , representa uma medida de intensidade do inter-relacionamento entre duas variáveis. Se  $r = 1$ , há uma perfeita correlação positiva entre as variáveis, isto é, se os valores de uma variável aumentam (ou diminuem), em correspondência os valores da outra variável também aumentam (ou diminuem) na mesma proporção. Se, por outro lado,  $r = -1$ , há uma perfeita correlação negativa entre as variáveis, ou seja, os valores de uma variável variam em proporção inversa aos valores de outra variável. Se, entretanto,  $r = 0$ , não há correlação entre as variáveis.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 40

A série histórica abaixo mostra, para o período 1991-1995, as quantidades vendidas de um determinado produto e seus respectivos preços unitários de mercado. Realize uma regressão linear da variável Vendas sobre a variável Preço e verifique se há correlação entre elas. Faça também uma projeção das vendas para quando o preço atingir R\$24,00.

Ano	1991	1992	1993	1994	1995
Vendas (un/ano)	1200	1450	1370	1520	1600
Preço (R\$/un)	30,00	27,50	28,30	25,80	25,00

- A partir das expressões (34) e (35), considerando que  $x_i$  é a variável Preço:  
 $\sum x_i = 136,60$ ;  $\sum y_i = 7.140$ ;  $\sum x_i^2 = 3.747,78$ ;  $\sum y_i^2 = 10.289.800$ ;  
 $\sum y_i x_i = 193.862$ ;  $n = 5$   
 $b = -75,80$ ;  $a = 3.498,87 \Rightarrow y_i = 3.498,87 - 75,80 \cdot x_i$   
 $R^2 = 97,12\%$  ☞
- A partir da expressão (36) pode-se verificar a correlação entre as variáveis:  
 $r = -0,9855 \Rightarrow$  existe uma forte correlação negativa entre as variáveis ☞

#### 2.6.1.8 Distribuição Normal (Guerra e Donaire, 1982)

Dada uma experiência aleatória, pode-se sempre associar a seus resultados (eventos) mutuamente exclusivos uma probabilidade. É claro que esses resultados podem ser expressos sempre numericamente, mesmo quando têm natureza qualitativa. Assim, pode-se considerar uma variável  $x$ , que assume um valor numérico cada vez que ocorre um evento. A esta grandeza numérica, que assume diferentes valores, estando cada um destes valores associado a uma certa probabilidade, dá-se o nome de *variável aleatória*.

Chama-se de função de probabilidade à função  $P(x)$  que associa as probabilidades aos valores da variável. Evidentemente, devido ao aspecto aleatório da experiência, os resultados, e por conseguinte os valores da variável, são imprevisíveis.

A variável aleatória é dita *discreta* quando pode assumir, com probabilidade diferente de zero, um número finito de valores dentro de um intervalo finito (caso típico das contagens). Por outro lado, a variável é dita *contínua* quando pode assumir infinitos valores dentro de um intervalo finito (caso típico das medições).

As variáveis observadas na prática são, quase sempre, resultado da soma de inúmeras outras variáveis aleatórias independentes. Assim, por exemplo: o tempo gasto numa operação industrial é a soma dos tempos dispendidos nos diversos estágios de que se compõe a operação; as características biológicas de indivíduos é a soma das hereditariedades de seus ancestrais; etc.

Tais variáveis produzem um distribuição que, por ser muito freqüentemente encontrada na prática, é denominada *distribuição normal*. Muitas variáveis aleatórias que, embora não tenham distribuição normal, têm uma distribuição bastante aparentada com a normal e serão então consideradas como uma aproximação para a normal.

A variável aleatória  $x$ , que toma todos os valores reais  $-\infty < x < +\infty$ , têm uma distribuição normal se sua função de probabilidade for da forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (37)$$

onde:  $\mu$  é a média da distribuição e  $\sigma$  é o desvio-padrão da distribuição.

Os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  devem satisfazer às condições:  $-\infty < \mu < +\infty$  e  $\sigma > 0$ . Utiliza-se a seguinte notação para a variável  $x$  que tem distribuição normal:

$$X \stackrel{d}{=} N(\mu, \sigma^2) \quad (38)$$

A curva dessa função densidade de probabilidade tem um aspecto de sino e é chamada curva de *Gauss*, conforme mostra a figura 9.

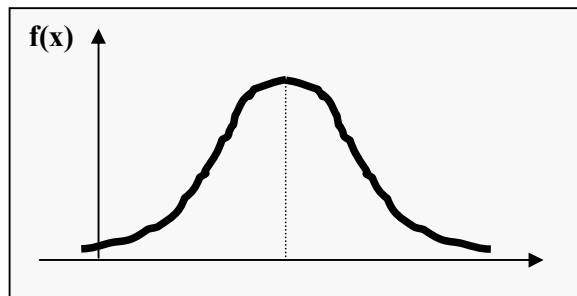


FIGURA 9: Curva de Gauss



Nas análises de projetos, relativas a contribuições em um fluxo de caixa, será adotada a hipótese simplificada pela qual o valor e o sinal de cada contribuição são independentes dos valores e sinais das outras contribuições do mesmo fluxo de caixa. Tal hipótese traduz uma situação que, com freqüência, existe entre tais contribuições, pois, de forma geral, as variáveis receitas e despesas, em cada período de um fluxo de caixa, não apresentam relações de dependência com outras variáveis, receitas e despesas, dos outros períodos. Tais variáveis, sendo independentes, podem ser consideradas aleatórias e constituem uma distribuição normal de freqüências de ocorrências. (Hirschfeld, 1984)

Assim, considera-se que a curva de distribuição de freqüências de ocorrências das variáveis analisadas no fluxo de caixa seja aproximadamente normal, de modo que todas as fórmulas relativas à distribuição normal possam ser aplicadas.

Para cada contribuição do fluxo de caixa, pode-se calcular um valor médio, ou seja, o valor esperado  $E_i$ , tomando-se em consideração as várias probabilidades associadas aos valores das estimativas, conforme a expressão:

$$E_i = \sum_i^n P_{in} \cdot F_{in} \quad (39)$$

onde  $E_i$  corresponde aos valores esperados (médias) relativos às várias estimativas e respectivas probabilidades de ocorrência em cada período  $i$ ;  $P_{in}$  indica as probabilidades de ocorrência das  $n$  estimativas de cada contribuição em cada período  $i$ ; e  $F_{in}$  representa os valores das várias  $n$  estimativas de cada contribuição em cada período  $i$ .

A variância  $\sigma_i^2$  do valor esperado, de cada contribuição do fluxo de caixa, representa a incerteza associada ao grau de dispersão da distribuição das freqüências de ocorrência. Tal variância é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_i^2 = \sum_i^n P_{in} \cdot (F_{in} - E_i)^2 \quad (40)$$

onde  $\sigma_i^2$  corresponde à variância relativa aos valores esperados de cada contribuição do fluxo de caixa.

O desvio-padrão  $\sigma_i$  do valor esperado de cada contribuição do fluxo de caixa, sendo a raiz quadrada da variância, representa também a incerteza, bem como o grau de dispersão da distribuição das freqüências de ocorrências.

Na análise de projetos, considerando-se que as contribuições do fluxo de caixa são variáveis independentes e em grande número, utiliza-se as propriedades da Lei Normal para a distribuição de freqüências de ocorrências. Assim, a distribuição normal será válida em virtude das aproximações supostas serem satisfatórias para a precisão desejada.

No caso do estudo da probabilidade da viabilidade de um projeto de investimento, calcula-se o VPL dos vários valores esperados, obtendo-se o valor esperado do VPL, representado por  $E(\text{VPL})$ , além da variância e do desvio-padrão do VPL, conforme as expressões abaixo:



$$E(\text{VPL}) = \sum_{k=0}^n E_i \cdot (1+i)^{-k} \quad (41)$$

$$\sigma^2(\text{VPL}) = \sum_{k=0}^n \sigma_i^2 \cdot (1+i)^{-2k} \quad (42)$$

$$\sigma(\text{VPL}) = \sqrt{\sigma^2(\text{VPL})} \quad (43)$$

Supondo-se que a distribuição dos VPL seja aproximadamente normal, pode-se aplicar as propriedades da distribuição normal e calcular a área sob a curva normal padrão que corresponde à probabilidade de viabilidade e de inviabilidade do empreendimento, em condições de risco.

A curva normal originalmente concebida caracteriza-se por ter uma média  $\mu$  e um desvio-padrão  $\sigma$  maior que zero. Como objetiva-se a obtenção de uma probabilidade referente a uma variável  $x$  relacionada a uma curva normal, e as propriedades tabeladas são referentes a variáveis  $z$  relacionadas a uma curva normal padrão, deve-se proceder a transformação da curva normal obtida em uma curva normal padrão, em que a média é igual a zero e o desvio-padrão equivale à unidade.

Para tal finalidade, utiliza-se uma tabela de probabilidade, função de uma variável  $z$  do eixo horizontal relacionado a uma curva normal característica, chamada *curva normal padrão*. Esta curva é caracterizada pela média  $\mu = 0$  e pelo desvio-padrão  $\sigma = 1$ , e é simbolicamente representada por  $N(0,1)$ .

A partir de uma transformação matemática, adota-se uma nova distribuição normal, cuja média  $\mu$  é igual a zero e a variância  $\sigma^2$  é igual à unidade, isto é:

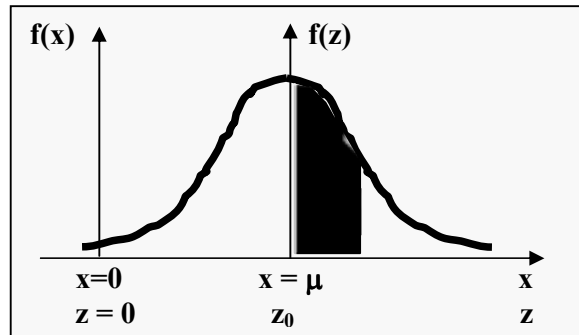
$$z = N(0, 1) \quad (44) \quad \text{onde:} \quad z = (x - \mu) / \sigma \quad (45)$$

A variável aleatória desta distribuição é dita variável reduzida ou padronizada (ou “score” reduzido). Isto consiste, basicamente, em se fazer uma translação do eixo das ordenadas, mudando-se a origem do eixo das abcissas para  $x = \mu$ .

Como a expressão da função distribuição depende de  $\mu$  e  $\sigma$ , além da variável  $x$ , este fato acarreta num grande trabalho para elaboração de uma tabela. Isto pode ser solucionado ao se trabalhar com a variável reduzida, pois a expressão de sua função distribuição independe de  $\mu$  e  $\sigma$ . Além disso, como a curva é simétrica em relação a  $x = \mu$  (ou  $z = 0$ ), basta tabelar apenas metade da distribuição.

Embora possam ser construídas tabelas de vários tipos, aqui será apresentada apenas a mais comum, que fornece uma faixa central (vide quadro 13). Assim, para cada valor de  $z_i$ , basta procurar na tabela do quadro 14 como se fosse positivo e trocar o sinal encontrado. Daí:  $F(x) = 0,5 \pm (\text{valor tabelado})$ .

A área hachurada da figura 10 corresponde a:  $P(0 \leq z \leq z_0) = F(z_0) - 0,5$ .



**FIGURA 10: Curva Normal Reduzida**

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 41**

Um processo de fabricação produz peças com comprimento médio de 500 mm e desvio-padrão de 10 mm.

Qual a porcentagem de peças acima de 510 mm?

- pela expressão (45):  $z_{510} = (510-500)/10 = 1 \rightarrow$  tabela  $\rightarrow 0,3413$ ;
- logo:  $P(x \geq 510) = 0,5000 - 0,3413 = 0,1587 \rightarrow 15,87\%$

No caso específico da análise de projetos, da distribuição normal dos VPL, a média é  $E(VPL)$  e o desvio-padrão é  $\sigma(VPL)$ . Como se objetiva o cálculo da probabilidade de inviabilidade do empreendimento, considera-se o valor mínimo de  $x$  como sendo igual a zero, pois abaixo de zero o projeto não é viável. Nestas condições, a expressão (45) passa a ter a seguinte forma:

$$z = \frac{0 - E(VPL)}{\sigma(VPL)} \quad (46)$$

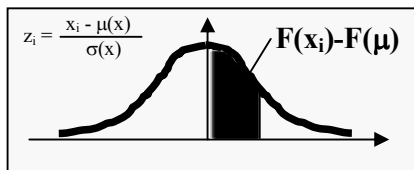
A partir da obtenção do valor  $z$ , entra-se na tabela do quadro 9, de probabilidades sob a curva da distribuição normal padrão. Como a curva normal é simétrica em relação a um eixo central, os valores tabelados analisam um ramo da curva (probabilidade máxima igual a 0,5), assumindo-se os valores de  $z$  um valor absoluto e interpretando-se os resultados conforme o sinal e o valor.

Desta forma, a probabilidade de viabilidade de uma projeto será igual a:

$$P(\text{viabilidade}) = 1 - P(\text{inviabilidade}) \quad (47)$$



QUADRO 13: Probabilidades sob a Curva da Distribuição Normal Reduzida

VALORES DE  $F(x) - F(\mu) = F(x) - 0,5$  NA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000



## 2.6.2 Análise de Sensibilidade

Dentre todas as técnicas disponíveis para a análise de risco e incerteza associada a projetos de investimento, a mais usualmente utilizada é a *Análise de Sensibilidade*. (Abreu e Stephan, 1982)

A análise de sensibilidade tem por finalidade auxiliar a tomada de decisão, a partir do efeito produzido, na rentabilidade do projeto por variações nos valores de seus parâmetros componentes.

Quando uma pequena mudança no valor de uma estimativa resulta em mudança na escolha da alternativa ou rejeição de um projeto, diz-se que a decisão é sensível àquela estimativa.

A sensibilidade da solução pode ser examinada para inúmeras variáveis, tais como: taxa de desconto, preço de venda, vida do projeto, valor do investimento, custos operacionais etc.

A variação de valores para todas as variáveis de uma projeto proporcionaria uma infinidade de combinações, apresentando resultados diferentes que, provavelmente, levaria qualquer analista a perder sua capacidade de crítica sobre o investimento. Assim, na prática, é conveniente escolher-se algumas variáveis mais sensíveis e analisar a rentabilidade do empreendimento, mudando uma de cada vez. (Oliveira, 1982)

De forma genérica, a análise de sensibilidade procura responder a perguntas do tipo: *o que aconteceria na alternativa de um projeto caso fosse variado um determinado parâmetro em seu fluxo de caixa?* (Woiler e Mathias, 1987)

### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 42

Imagina-se que o VPL de um fluxo de caixa de um certo projeto seja igual a R\$14.000 e que sua vida útil seja igual a 10 anos. Caso esta vida útil seja alterada de 10%, ou seja, passe de 10 para 11 anos, e os demais componentes do fluxo de caixa permaneçam constantes, o VPL deste projeto passaria de R\$14.000 para R\$17.500, confirmando a sua viabilidade econômica. Diz-se, portanto, que o projeto não é sensível à variação procedida. Por outro lado, se a mesma vida útil variasse de 10 para 5 anos, o VPL assumiria o valor negativo de R\$1.000, inviabilizando, agora, o projeto. Desta forma, o projeto pode ser considerado sensível à alteração proposta.

Outrossim, a análise de sensibilidade pode ser tratada sob outro enfoque, de forma que se possa medir em que magnitude uma alteração pré-fixada, em um ou mais fatores do projeto, altera o resultado final. (Woiler e Mathias, 1987)



**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 43**

Proceda uma variação de  $\pm 10\%$  no valor do investimento do fluxo de caixa abaixo, para que a sensibilidade do projeto possa ser observada, a partir da TIR.

ANO	0	1	2	3
FLUXO (R\$)	-100.000	50.000	60.000	65.000

Inicialmente, calcula-se a TIR para a situação original e, em seguida, calcula-se a TIR para o caso dos valores do investimento alterados. Assim, pode-se observar que a variação da TIR é mais do que proporcional à variação provocada no investimento, conforme os resultados mostrados no quadro abaixo:

INVESTIMENTO	TIR (% a.a.)	$\Delta\%$
+ 10 %	25,98	- 20
INICIAL	32,40	-
- 10 %	40,01	+ 23

**2.6.3 Simulação de Risco**

*Simulação* é a representação dinâmica de um sistema mediante um modelo. Trata-se de uma técnica que consiste em realizar um modelo da situação real e nele levar a cabo experiências. Por sistemas entende-se um conjunto de componentes e variações que se inter-relacionam, formando um corpo único. Quando um modelo é elaborado, deve-se na medida do possível, tentar retratar a realidade, sem sua complexidade e reduzida a proporções manejáveis. Torna-se, portanto, viável ao analista avaliar em que proporções e em que sentido será afetado o sistema, em se alterando algumas de suas variáveis. Assim, a simulação dos dados permite o cálculo de diferentes combinações que probabilisticamente podem ocorrer. Como resultado, obtém-se não um índice, mas sim uma distribuição de frequências do mesmo.

Os modelos de simulação são classificados normalmente como: determinísticos, estocásticos, estáticos e dinâmicos. No presente trabalho será estudado o modelo estocástico ou probabilístico, conforme ficará claro a seguir.

A grande vantagem da simulação estocástica é que ela permite informar adicionalmente que a rentabilidade do projeto poderá variar num certo intervalo, que inclui o valor mais provável, segundo uma distribuição de probabilidade. Assim, é mais fácil se avaliar as chances de insucesso de um empreendimento, bem como comparar alternativas, não apenas com base nos valores mais prováveis, mas se considerando também a variedade de seu retorno.

Uma das principais metodologias de análise de risco por simulação é baseada no trabalho de David B. Hertz, intitulado *Risk Analysis in Capital Expenditure Decisions*, que se divide em quatro fases, conforme segue: (Oliveira, 1982)

- 1ª) Estimar o intervalo de variação possível para cada variável que influencia o fluxo de caixa do projeto. Estabelecer uma distribuição de probabilidades correspondente e transformá-la numa distribuição de



probabilidades acumulada. Estas estimativas devem ser efetuadas para o preço de venda, valor do investimento, taxa de crescimento do mercado, vida do projeto etc;

- 2ª) Selecionar, ao acaso, valores para cada variável, de acordo com suas probabilidades de ocorrência, e calcular o VPL, TIR, ou outro indicador qualquer, para cada combinação de valores obtida. Se houver dependência entre variáveis, esse fato deve ser considerado de forma a existir a correspondência entre os valores selecionados;
- 3ª) Efetuar esta operação repetidas vezes até obter uma distribuição de probabilidades do retorno do projeto;
- 4ª) Acumular a distribuição de probabilidade do retorno para se ter uma melhor visão do comportamento da curva. Em alguns casos pode ser interessante calcular a média e o desvio-padrão, principalmente para auxiliar na comparação entre alternativas, pois às vezes, pode ser preferível escolher uma alternativa de retorno inferior, porém de menor variabilidade.

Cabe ressaltar que a metodologia descrita acima utiliza o método *Monte Carlo* (Shamblin e Stevens, 1979), que é um método de simulação baseado na utilização de números aleatórios, que são *sorteados* para gerar resultados e as distribuições de probabilidades correspondentes. Além disso, é evidente que a simulação Monte Carlo somente deve ser praticada com utilização do computador, pois, caso contrário, a maioria dos modelos com este tipo de simulações teria sua execução impraticável.

A seguir, será apresentado uma aplicação do método Monte Carlo em análise de projetos de investimento: (Abreu e Sthepan, 1982)

Uma fábrica de camisas está considerando a compra de um novo equipamento de costuras, cuja instalação permitirá melhorar sensivelmente seu processo de produção e, conseqüentemente, aumentar a produção, bem como baratear os custos unitários de produção. O projeto apresentado estima o equipamento em R\$ 20.000, mas a experiência passada mostra que o custo real do investimento pode variar sensivelmente em torno desse valor, tanto para maior quanto para menor. Além disso, o nível de produção suplementar **P** dependerá essencialmente do nível de demanda **D**. Embora as previsões de venda sejam bastante favoráveis, as variações possíveis no nível de demanda podem afetar de modo significativo o resultado final. E a estimativa do novo custo unitário **C** é um parâmetro que também pode variar em proporções importantes.

Para simplificar, será considerado um horizonte de estudo de 2 anos, ao final dos quais a máquina terá um valor residual **VR** igual à metade do investimento inicial. O custo do capital da empresa é de 15% ao ano e o preço unitário de venda **Pu** das camisas ao comércio é de R\$ 1.

Para o gerente financeiro, o problema se resume na determinação do VPL, calculado, para este caso, pela seguinte expressão:

$$\text{VPL} = I + \frac{D_1(P - C_1)}{(1 + i)} + \frac{D_2(P - C_2)}{(1 + i)^2} + \frac{VR}{(1 + i)^2} \quad (48)$$



Nessa expressão, as variáveis aleatórias são  $I$ ,  $D_1$ ,  $C_1$ ,  $D_2$  e  $C_2$ , além de  $VR$  que depende do valor de  $I$ .

A partir de estudos estatísticos, foram estimadas distribuições de probabilidades para cada uma das variáveis aleatórias, conforme mostrado abaixo:

Investimento $I$		Demanda Ano1 $D_1$		Demanda Ano2 $D_2$		Custo Unit Ano1 $C_1$		Custo Unit Ano2 $C_2$	
R\$	%	UN	%	UN	%	R\$	%	R\$	%
18.000	5	22.000	5	21.000	5	0,48	10	0,47	10
19.000	10	25.000	10	23.000	5	0,49	20	0,48	20
20.000	35	28.000	30	27.000	10	0,50	40	0,49	30
21.000	25	30.000	40	31.000	30	0,51	20	0,50	30
22.000	15	32.000	10	32.000	20	0,52	10	0,51	10
23.000	10	33.000	5	33.000	20				
				34.000	10				

Os valores escolhidos são considerados como representativos do intervalo de classe ao qual pertencem e representam o valor médio de cada intervalo. Assim,  $I = 20.000$  é considerado como representando todos os valores entre 19.500 e 20.500. Se a aproximação for muito grande, a única mudança a ser introduzida é reduzir o intervalo entre as classes.

Uma vez determinadas as classes e as probabilidades, o trabalho de simulação pode começar. A idéia básica é associar a cada probabilidade um número de 00 a 99, de modo a representar “fisicamente” a distribuição de probabilidade. Assim, para o primeiro nível do valor do investimento, 18.000, que tem probabilidade de 5%, serão associados os 5 primeiros números dos 100 (00 a 99) utilizados, ou seja de 00 a 04. Para o segundo nível, 19.000, serão associados os valores 06 a 14. Esses 10 valores representam os 10% de probabilidade de ocorrência de 19.000, e assim por diante até completar os 100% de distribuição. Este processo é repetido para cada variável e o quadro abaixo apresenta os números associados às probabilidades, que são chamados de números de Monte Carlo.

Pode-se, agora, gerar 5 números aleatórios por intermédio do computador ou com o auxílio de tabelas existentes. Supondo-se que os 5 primeiros números aleatórios gerados foram 15,47, 38, 52 e 60, tem-se a seguinte combinação:  $I = 20.000$ ;  $D_1 = 30.000$ ;  $D_2 = 31.000$ ;  $C_1 = 0,50$ ;  $C_2 = 0,50$ . Tais dados permitem o cálculo do VPL desse evento, a partir da expressão (47), lembrando que o preço de venda  $P$  é igual a R\$ 1 e que o valor residual  $VR$  equivale à metade do investimento  $I$ :  $VPL = 12.325$ .



Investimento		Demanda Ano1		Demanda Ano2		Custo Unit Ano1		Custo Unit Ano2	
I		D <sub>1</sub>		D <sub>2</sub>		C <sub>1</sub>		C <sub>2</sub>	
R\$	N.A.	UN	N.A.	UN	N.A.	R\$	N.A.	R\$	N.A.
18.000	00-04	22.000	00-04	21.000	00-04	0,48	00-09	0,47	00-09
19.000	05-14	25.000	05-14	23.000	05-09	0,49	10-29	0,48	10-29
20.000	15-49	28.000	15-44	27.000	10-19	0,50	30-69	0,49	30-59
21.000	50-74	30.000	45-84	31.000	20-49	0,51	70-89	0,50	60-89
22.000	75-89	32.000	85-94	32.000	50-69	0,52	90-99	0,51	90-99
23.000	90-99	33.000	95-99	33.000	70-89				
				34.000	90-99				

Anota-se este resultado e retorna-se ao processo até que seja obtido um grande número de valores de VPL. Com uso do computador, isto pode ser processado muito rapidamente e séries de mais de 1.000 valores podem ser obtidos em pouco tempo. Na realidade, não é preciso repetir o processo muito mais do que isso, já que depois de um certo tempo as freqüências tendem a se estabilizar e as modificações que ocorram só afetam marginalmente a distribuição de probabilidades. Em 1.000 simulações, foram obtidos os VPL e suas respectivas freqüências:

Valor Mínimo (R\$)	Valor Máximo (R\$)	Freqüência	Percentual (%)
2.000,00	4.000,00	1	0,1
4.000,01	6.000,00	9	0,9
6.000,01	8.000,00	33	3,3
8.000,01	10.000,00	134	13,4
10.000,01	12.000,00	348	34,8
12.000,01	14.000,00	409	40,9
14.000,01	16.000,00	64	6,4
16.000,01	18.000,00	2	0,2

Com esses valores pode-se calcular o VPL esperado, tomando como valor representativo de cada classe de intervalo o valor médio ( $R\$.10^3$ ):

$$E(\text{VPL}) = 3 (0,001) + 5 (0,009) + 7 (0,033) + 9 (0,134) + 11(0,348) + 13 (0,409) + 15 (0,064) + 17 (0,002) = 11,624 \text{ } \text{R}\$$$

Assim, o VPL esperado corresponde a R\$ 11.624 e o analista pode analisar as diversas probabilidades do projeto ser viável economicamente, a partir da curva de distribuição cumulativa.



## 2.7 Análise numa Conjuntura Inflacionária

O objetivo deste capítulo não é o estudo da inflação como fenômeno econômico, nem suas causas e conseqüências, e muito menos as suas formas de controle. Deseja-se aqui apenas estudar como serão as análises de projetos quando for assumido a existência do fenômeno da inflação.

### 2.7.1 Conceitos de Inflação e Correção Monetária

Torna-se importante fixar corretamente o conceito de inflação, uma vez que existe alguma confusão com certos *aumentos* de preços. Um aumento de preço de um certo produto não significa necessariamente inflação, pois tal aumento pode ocorrer, por exemplo, em função de uma mudança na oferta e/ou demanda deste produto.

Como já foi definido no capítulo 1, a inflação é uma tendência generalizada de aumentos nos preços. Toma-se um conjunto de bens que represente uma amostra significativa da produção da economia de um país e compara-se os preços destes bens nos instantes  $t$  e  $t+1$ . Caso tenha ocorrido um aumento nos preços de maior parte daqueles bens, isto caracteriza que houve inflação entre  $t$  e  $t+1$ .

A correção monetária, uma *invenção* brasileira, é uma taxa que tem o objetivo de tentar recompor o poder aquisitivo dos preços dos bens e serviços atingidos pela inflação, que pode ou não refletir integralmente as taxas de inflação. Em resumo, um índice de correção monetária relativa a um setor da economia não é necessariamente igual à inflação ocorrida neste mesmo setor.

Muitas análises de projetos de investimento são desenvolvidas com base em projeções elaboradas à *moeda corrente* e de poder aquisitivo referente à uma data-base. Para que os efeitos da inflação possam ser incorporados nas análises de projetos, é necessário se utilizar os fatores de juros de modo que os efeitos inflacionários atuantes sobre a moeda, em diferentes instantes do tempo possam ser reconhecidos. O procedimento usual para se tratar com a perda no poder de compra que acompanha a inflação segue os seguintes passos: (Thuesen, 1977)

- 1) Estima-se todos os valores do fluxo de caixa associados ao projeto, em termos de moeda corrente do dia;
- 2) Modifica-se os valores estimados no passo 1 de modo que em cada data futura eles representem os valores naquela data, em termos de moeda da época;
- 3) Calcula-se a quantia equivalente do fluxo de caixa resultante do passo 2, considerando-se o valor do dinheiro no tempo.

Na realidade, a maioria das análises de projetos trabalham com *preços constantes*, isto é, a partir da suposição de que os preços e custos aumentam de acordo com as taxas de inflação, sejam elas quais forem, de maneira que seu valor permaneça constante, se expresso em moeda estável.

Entretanto, nem sempre é recomendável trabalhar com preços constantes, principalmente nos casos de alguns preços ou custos do projeto não acompanhem as



taxas de inflação e sofram variações *reais* de preços, em função de fatores econômicos, tais como escassez, excesso de oferta, evoluções tecnológicas etc. A projeção de tais preços é assunto fora dos objetivos do presente texto. De qualquer modo, sabe-se que a previsão de preços em moeda constante é mais simples do que em moeda corrente, pois neste segundo caso precisa-se estimar também as taxas de inflação, além das variações reais dos preços.

### 2.7.2 Índices Econômicos e Financeiros (Assaf Neto, 1994)

Um índice de preços é resultante de um procedimento estatístico que, entre outras aplicações, permite medir as variações ocorridas nos níveis gerais de preços, de um período para outro. Em outras palavras, o índice de preços representa uma média global das variações de preços que se verificaram num conjunto de determinados bens, ponderada pelas respectivas quantidades.

No Brasil são utilizados inúmeros índices de preços, sendo originados de amostragem e critérios desiguais e elaborados por diferentes instituições de pesquisa. Antes de selecionar um índice para atualização de valores monetários, deve-se analisar a sua representatividade em relação aos propósitos em questão.

O quadro 14 relaciona os valores do Índice Geral de Preços - IGP, da Fundação Getúlio Vargas, de maio a dezembro de determinado ano.

**QUADRO 14 - Índice Geral de Preços - IGP/FGV (maio a dezembro)**

Mês	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
IGP	649,79	703,38	800,31	903,79	1.009,67	1.152,63	1.353,79	1.576,56

Através da evolução destes índices de preços podem ser identificados como os preços gerais da economia variaram no período. Para tanto, relaciona-se o índice do fim do período que se deseja estudar com o do início.

A taxa de inflação, a partir de índices de preços, pode ser medida por:

$$\pi = (I_n / I_{n-t}) - 1 \quad (49)$$

onde:  $\pi$  é a taxa de inflação procurada;  $I_n$  representa o índice de preços relativo à data desejada; e  $I_{n-t}$  indica o índice relativo à data anterior considerada.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 44

Com base nos índices do quadro 16, calcule a inflação ocorrida entre os meses de junho e dezembro:

$$\square \pi = (1.576,56 / 703,38) - 1 = 1,2414 \Rightarrow 124,14\% \quad \Rightarrow$$



Desta forma, os ajustes para se conhecer a evolução real de valores monetários em inflação se processam mediante *indexações* (inflacionamento) e *desindexações* (deflacionamento) dos valores aparentes, através de índices de preços.

A indexação consiste em corrigir os valores aparentes de uma data em moeda representativa de mesmo poder de compra em momento posterior. A desindexação, ao contrário, envolve transformar valores aparentes em moeda representativa de mesmo poder de compra num momento anterior.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 45

Com base nos índices do quadro 16, analise se houve ganho ou perda numa transação que envolveu a aquisição de um bem em maio por \$200.000 e sua venda em dezembro por \$600.000:

- Inflação do período:  $\pi = (1.576,56 / 649,79) - 1 = 1,4263 \Rightarrow 142,63\%$
- Valor do bem em dezembro (inflacionamento):  $V = 2,4263 \cdot 200.000 = 485.252$
- Ganho (comparação na mesma data:  $600.000/485.252 = 1,2365 \Rightarrow + 23,65\%$  ↗)

O comportamento da inflação se processa de maneira exponencial, ocorrendo aumento de preço sobre um valor que já incorpora acréscimos apurados em períodos anteriores. Da mesma forma que o regime de juros compostos, a formação da taxa de inflação assemelha-se a uma progressão geométrica, verificando-se juros sobre juros. São válidos para a inflação os mesmos conceitos de juros compostos e de taxas de juros equivalentes, apresentados no capítulo 1.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 46

A taxa de inflação de um determinado ano é de 25%. Determine a taxa mensal de inflação equivalente:

- $\pi = 25\% \text{ a.a.} \Rightarrow \pi_{\text{MENSAL}} = (1+0,25)^{1/12} - 1 = 0,018769 \Rightarrow 1,88\% \text{ a.m.}$  ↗

### 2.7.3 Fluxo de Caixa sob Inflação

Num regime inflacionário existe perda de poder aquisitivo da moeda, assim, de modo a se evitar a corrosão do patrimônio do investidor, o capital aplicado deveria ser indexado à taxa de inflação do período. Esta indexação poderia, outrossim, ser efetuada com a adoção de uma moeda estável, ou com inflação desprezível, objetivando-se a proteção do capital investido. Outra solução seria a conversão do capital, na data-base, à algum indexador financeiro ou econômico, por exemplo.

**A análise de projetos é realizada usualmente a preços constantes, ou seja, a preços relativos a uma data-base**, produzindo a mensuração da rentabilidade real do referido projeto. Numa economia inflacionária, entretanto, os preços são continuamente indexados aos valores relativos à data-base do projeto, implicando na correção dos valores futuros do fluxo de caixa em relação àquela referência. Por conseguinte, obtém-



se uma taxa aparente de retorno relacionada à taxa real de retorno, que seria obtida se o estudo fosse efetuado à moeda constante, através da expressão (13).

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 47

A partir do fluxo de caixa, após o IR, representativo de um certo projeto, conforme o quadro abaixo, pode-se apresentar o cálculo da taxa de retorno real, da taxa de retorno aparente e do fluxo de caixa à moeda corrente, com sua taxa de retorno. Sabe-se que a inflação prevista é da ordem de 45% a.a.

Ano	0	1	2	3	4	5
FC após IR	- 70.000	20.000	20.000	17.000	17.000	14.000

Baseado nos valores do FC acima, a TIR real do projeto equivale a 8,68% a.a. e aplicando-se a inflação prevista chega-se à TIR aparente de 57,58% a.a.

A seguir, determina-se o fluxo de caixa a preços correntes, a partir do fluxo de caixa a preços constantes, com a introdução de um inflator, conforme o quadro abaixo.

Ano	0	1	2	3	4	5
FC Constante	- 70.000	20.000	20.000	17.000	17.000	14.000
Inflator $(1+\pi)^n$	1,0000	1,4500	2,1025	3,0486	4,4205	6,4097
FC Corrente	-70.000	29.000	42.050	51.826	75.149	89.736

Assim, chega-se à uma TIR aparente de 57,58% a.a., que é exatamente igual àquela encontrada anteriormente para o fluxo de caixa a preços constantes.

Em última análise, recomenda-se a moeda constante, com data-base definida, na elaboração de fluxos de caixa para fins de análise de projetos de investimentos, considerando-se, sempre, no cálculo do VPL desses fluxos, taxas de juros de desconto reais, ou seja, TMA sem a consideração da inflação. Caso os fluxos de caixa sejam elaborados com moeda corrente, ou seja, com a consideração da inflação, as taxa de juros de desconto, para o cálculo do VPL, ser estabelecidas em termos nominais.

**FLUXO DE CAIXA EM MOEDA CONSTANTE = TAXA DE DESCONTO REAL**

**FLUXO DE CAIXA EM MOEDA CORRENTE = TAXA DE DESCONTO NOMINAL**





## 2.8 Custo do Capital

O custo do capital é importante porque é a base da análise de projetos, que depende deste custo para identificar a viabilidade de um projeto ou permitir a melhor escolha entre várias alternativas.

Por outro lado, as empresas se interessam em conseguir o mínimo custo do capital, uma vez que o capital é um fator de produção e existe a necessidade de se determinar esse custo.

Além disso, os principais métodos de análise de projetos requerem uma determinação, implícita ou explícita, da taxa mínima de atratividade - TMA. Essa taxa é utilizada diretamente como taxa de juros de desconto  $k$  nos métodos do VPL, SUL e Relação B/C; no método da TIR, no caso de fluxos de caixa convencionais, a TMA não deve exceder a TIR.

Embora a TMA seja, necessariamente, uma parte integrante das análises de projetos, existem consideráveis controvérsias quanto à maneira de se determinar essa taxa, ou mesmo quanto aos critérios de se *adotar* uma determinada TMA.

Genericamente, o custo do capital, de uma determinada fonte, pode ser definido como a taxa que iguala o valor presente dos pagamentos futuros que serão feitos à fonte ao valor de mercado do título em poder dela. Em outras palavras, é o custo máximo que um capital pode ser conseguido, caso todo o seu investimento fosse conseguido via financiamento, ou seja, é a rentabilidade auferida caso o capital financiasse integralmente certo projeto. Portanto, existe uma parcela significativa de risco embutida em sua composição.

No presente capítulo, serão abordados os custos do capital próprio, do capital de dívida ou de terceiros, e do capital da empresa investidora no projeto. De maneira genérica, será aqui definido que o custo do capital proveniente de uma dada fonte  $f$  é a taxa que iguala o valor presente dos pagamentos futuros que serão feitos à fonte ao valor de mercado do título em poder dela.

Dentro deste conceito, imagina-se que a empresa fosse emitir mais um título - nota promissória, debênture, ação etc - para vendê-lo à fonte  $f$  pelo seu valor de mercado, obrigando-se a pagar a ela, no futuro, uma série de benefícios - dividendos, juros, amortizações etc.

### 2.8.1 Custo do Capital de Terceiros

Quando o capital é de terceiros, os benefícios futuros são bem conhecidos, bastando conhecer o valor de mercado dos títulos para determinar o custo da dívida. Muitas vezes não existe um mercado para estes títulos e a determinação tem que ser feita, ainda que de maneira imperfeita, com base no que se supõe ser o valor de mercado dos títulos, ou com base no seu valor nominal.

Uma particularidade da dívida é o fato de serem os juros dedutíveis do lucro tributável, no cálculo do imposto de renda. Para se levar em conta esta particularidade,



calcula-se o custo da dívida deduzindo, dos benefícios pagos à fonte, a redução de imposto de renda que a empresa tem por pagar juros. Isto resulta num custo para a dívida menor que a taxa de juros.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 48

Uma empresa toma um empréstimo de R\$100.000 para pagar, dentro de um ano, R\$120.000. Sem IR, a taxa de retorno é de 20% a.a., que é o custo da dívida. Com IR, à taxa de 40%, a situação se altera. A entrada do principal não tem influência no lucro tributável, assim como a sua amortização, porém o pagamento de R\$20.000 de juros é dedutível, e reduz em R\$8.000 o IR a pagar. A taxa de retorno do novo fluxo de caixa é de 12% a.a., que é o custo da dívida, levando-se em conta o IR.

Para se calcular o custo do capital de terceiros, ou custo da dívida, sem ou com IR, deve-se montar o fluxo de caixa separando-se entradas de capital, amortizações e juros, e incluir as diminuições de IR trazidas pelos juros, pois, para uma mesma taxa de juros e uma mesma alíquota de IR, o custo da dívida varia conforme a duração do empréstimo e o esquema de amortização. Uma expressão aproximada para o cálculo do custo da dívida é a seguinte:

$$K_d = i \cdot (1 - IR) \quad (50)$$

onde:  $K_d$  representa o custo da dívida, considerando o IR;  $i$  é a taxa de juros; e  $IR$  é a alíquota do Imposto de Renda.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 49

Utilizando-se a expressão (50) no exemplo acima:

$$\square K_d = 0,20 \cdot (1 - 0,40) = 0,12 \Leftrightarrow 12\% \text{ a.a.} \quad \Rightarrow$$

Uma outra forma de se calcular o custo da dívida, antes ou depois do IR, de forma direta, é pela seguinte expressão:

$$K_d = (1 - IR) \cdot I / D \quad (51)$$

onde:  $I$  é a carga total anual de juros; e  $D$  é o valor de mercado da dívida.

**EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 50**

Considere uma empresa com pagamentos de juros anuais de R\$200.000, baseados na dívida total de R\$4.000.000. Determine o custo da dívida desta empresa, após o IR, sabendo-se que sua alíquota de IR é de 40%.

Com base na expressão (51):

$$\square K_d = (1-0,40) \cdot 200.000 / 4.000.000 = 0,03 \Rightarrow 3 \% \text{ a.a. } \rightarrow$$

**2.8.2 Custo do Capital Próprio**

A determinação do custo do capital próprio é um pouco mais complexa do que no caso da dívida, porque aqui os benefícios futuros e o valor de mercado dos títulos são, em geral, menos explícitos do que naquele caso.

De acordo com o conceito de custo de oportunidade do capital, apresentado no capítulo 1, o custo do capital próprio é a melhor remuneração que o proprietário da empresa poderia conseguir, empregando seu dinheiro fora da empresa. Então, havendo a possibilidade de se entrar em contato com o proprietário, bastaria solicitar que ele especificasse qual a rentabilidade mínima que exigiria para suas aplicações na empresa ou, o que é equivalente, qual a melhor oportunidade de aplicação que ele teria fora da empresa e qual o risco envolvido nessa aplicação.

Este procedimento é bom para empresas com apenas um proprietário, ou com um número limitado de sócios, onde se pode considerar cada um como uma fonte de capital próprio. Quando o capital da empresa é aberto, torna-se impossível fazer isto, e então tem-se que voltar a pensar em benefícios futuros e valor de mercado de títulos.

Quais os benefícios a que as ações da empresa dão direito? São os dividendos: quando uma empresa emite ações e as coloca no mercado, ela está se comprometendo a remunerar os possuidores daqueles papéis através de dividendos. Embora este não seja um compromisso tão rígido quanto o pagamento de juros e amortizações aos credores, de maneira geral as empresas têm uma política de pagamento de dividendos, que é de pleno conhecimento do mercado. A partir daí, cria-se uma expectativa de benefícios futuros que, junto com o valor de mercado da ação, vai determinar o custo do capital próprio da empresa.

O valor de uma ação ordinária é determinado pelo valor presente de todos os dividendos futuros esperados que deverão ser pagos sobre a ação. A taxa de desconto destes dividendos esperados, que determina o seu valor presente, representa o custo da ação ordinária. Em outras palavras, pode-se dizer que o preço de uma ação é o valor presente, calculada à taxa dos dividendos que ela vai gerar para seu proprietário. Desta forma, a expressão abaixo permite que se determine o custo do capital próprio, conhecido o próximo dividendo, o preço atual das ações e a taxa de crescimento dos dividendos:

$$K_e = (D_1/P_0) + g \quad (52)$$



onde:  $k_e$  representa o custo do capital próprio;  $D_1$  é o dividendo por ação esperado para o próximo período;  $P_0$  indica o valor atual da ação; e  $g$  é a taxa de crescimento constante prevista para os dividendos.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 51

Uma empresa tem hoje 100 milhões de ações e pagará, dentro de um semestre, um dividendo de R\$0,20 / ação. Os dividendos totais que a empresa pagará no futuro crescem geometricamente à taxa de 2% ao semestre. Supondo-se que o preço da ação hoje é de R\$4,00, qual o custo do capital próprio da empresa?

▫ A partir da expressão (52):  $k_e = (0,20 / 4,00) + 0,02 = 0,07 \Rightarrow 7\% \text{ a.s.}$  ☞

Outra forma de determinarmos o custo do capital próprio é por meio do *Capital Asset Pricing Method* - CAPM, que, essencialmente, representa a taxa de retorno exigida nas decisões do investimento, ou seja, a TMA do capital próprio.

Desde o início dos anos 1960, a preocupação dos administradores financeiros tem sido com a relação risco *versus* retorno. A teoria do *Capital Asset Pricing Model* – CAPM foi desenvolvida para explicar o comportamento dos preços dos ativos e fornecer um mecanismo que possibilite aos investidores avaliar o impacto do risco sobre o retorno de um ativo. O CAPM pode ser traduzido por Modelo de Precificação de Ativos Financeiros.

O desenvolvimento do CAPM é atribuído a Sharpe e Lintner, que, separadamente, desenvolveram, quase que simultaneamente, a mesma teoria. Willian Sharpe publicou o artigo *Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk* no *Journal of Finance*, em setembro de 1964, e John Lintner publicou o artigo *Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification*, no *Journal of Finance*, em dezembro de 1965.

O CAPM é bastante utilizado nas várias operações de mercado de capitais, participando do processo de avaliação de tomada de decisões em condições de risco. O CAPM também permite a apuração da taxa de retorno exigida pelos investidores, ou seja, a taxa de mínima atratividade para o capital próprio.

Como em todos os modelos financeiros, são definidas algumas hipóteses para seu desenvolvimento, citando-se, entre as mais importantes: (a) assume-se uma grande eficiência informativa do mercado, atingindo igualmente a todos os investidores; (b) não há impostos, taxas ou quaisquer outras restrições para os investimentos no mercado; (c) todos os investidores apresentam a mesma percepção com relação ao desempenho dos ativos, formando carteiras eficientes a partir de idênticas expectativas; (d) existe uma taxa de juros de mercado definida como livre de risco.

Inúmeras e importantes conclusões sobre o processo de avaliação de ativos foram definidas a partir dessas hipóteses. É importante que você perceba que elas não são restritivas e têm por objetivo essencial descrever melhor um modelo financeiro, destacando a demonstração de seu significado e aplicações práticas. Mesmo que não sejam constatadas na realidade de mercado, as hipóteses formuladas não são suficientemente rígidas de maneira a invalidar o modelo (Assaf Neto, 1999).



A diferença entre as variações dos retornos de uma determinada ação e as variações dos retornos de uma carteira, ou de um índice de referência de mercado, no caso brasileiro, o Índice Bovespa, é decorrente da *diversificação*. Tais variações são representadas pelo conceito estatístico do desvio-padrão, que é uma medida de dispersão em relação à média da série de dados em estudo. Com a diversificação, ações individuais com risco podem ser combinadas de maneira que um conjunto de títulos, ou seja, uma carteira, tenha quase sempre menos risco do que qualquer um dos seus componentes isoladamente. A minimização do risco é possível porque os retornos dos títulos individuais não são perfeitamente correlacionados entre si. Na verdade, a diversificação pode fazer desaparecer uma certa parcela do risco de uma carteira de investimentos.

Em grande parte, os indivíduos e as instituições possuem carteiras e não títulos isolados. Conceitualmente, o risco de um título individual está relacionado ao modo pelo qual o risco de uma carteira varia quando o título lhe é adicionado. Ocorre que o desvio-padrão de uma ação isolada não é uma adequada medida de como o desvio-padrão do retorno de uma carteira se altera quando uma ação lhe é acrescentada. Portanto, o desvio-padrão do retorno de um título não é uma boa medida de seu risco, quando quase todos os investidores detêm carteiras diversificadas. Formalmente, um título com elevado desvio-padrão não tem, necessariamente, impacto forte sobre o desvio-padrão dos retornos de uma carteira ampla. Inversamente, um título com desvio-padrão reduzido pode acabar tendo impacto substancial sobre o desvio-padrão de uma carteira ampla. Este aparente paradoxo é, na realidade, a base do CAPM (Ross et alii, 1995).

O modelo CAPM exprime o risco sistemático de um ativo pelo seu coeficiente *beta*, identificado com o coeficiente angular da reta de regressão linear das variações de um ativo financeiro, como uma ação, por exemplo, sobre as variações da carteira de mercado, como o Índice Bovespa. Admite-se que a carteira de mercado, por conter unicamente risco sistemático, apresenta um *beta* igual a 1,0. O coeficiente *beta* é calculado da mesma forma que o coeficiente *b* da reta de regressão linear entre duas variáveis (Assaf Neto, 1999).

O *beta* mede a sensibilidade de um ativo em relação aos movimentos do mercado. Desta forma, a tendência de uma ação mover-se junto com o mercado é refletida em seu *beta*, que é a medida da volatilidade da ação em relação ao mercado como um todo.

O CAPM mostra que o risco de um título individual é bem representado pelo seu coeficiente *beta*. Em termos estatísticos, o *beta* informa qual é a tendência de uma ação individual variar em conjunto com a carteira de mercado.

Quando o *beta* de um ativo for exatamente igual a 1,0, diz-se que a ação se movimenta na mesma direção da carteira de mercado em termos de retorno esperado, ou seja, o risco da ação é igual ao risco sistemático do mercado como um todo.

Uma ação com *beta* maior que 1,0 retrata um risco sistemático mais alto que o da carteira de mercado, sendo por isso interpretado como um investimento agressivo. Por exemplo, se  $\beta = 1,50$ , uma valorização média de 10% na carteira de mercado determina uma expectativa de rentabilidade de 15% na ação.

Quando o *beta* é inferior a 1,0, tem-se um ativo caracteristicamente defensivo, demonstrando um risco sistemático menor que a carteira de mercado. Por exemplo, se  $\beta$



= 0,90 e o retorno esperado de mercado for igual a 10%, o retorno da ação atinge somente 9%, equivalente a 90% da taxa de mercado (Ross et alli, 1995).

O *beta* de uma ação representativa do portfólio composto por todas as ações do mercado, por definição, é igual a 1. Isso representa, na prática, que se o mercado subisse 10%, essa ação subiria 10% e se o mercado caísse 30%, essa ação cairia 30%.

Por outro lado, o CAPM pode atuar na determinação da taxa de retorno exigida nas decisões do investimento ( $R$ ), ou seja, na definição da taxa mínima de atratividade do capital próprio (TMA), cuja formação tem por base a remuneração de um ativo livre de risco ( $R_f$ ) mais um prêmio pelo risco identificado na decisão em avaliação, calculado pela diferença entre o retorno esperado pela carteira de mercado ( $R_m$ ) e a taxa livre de risco. Essa estrutura admite, implicitamente, que o risco do ativo em questão é igual ao do mercado como um todo, sendo ambos remunerados pela mesma taxa de prêmio pelo risco. Esta hipótese, todavia, não ocorre com frequência na prática, já que os ativos específicos geralmente apresentam níveis diferentes de risco daquele assumido pela carteira de mercado. Como lhe foi dito, a medida que relaciona o risco de um ativo com o do mercado é o coeficiente *beta*. Logo, a expressão da taxa de retorno requerida por um investimento em condições de risco é generalizada da seguinte forma, que, na verdade, é a expressão do CAPM (Assaf Neto, 1999):

$$R = R_f + \beta \cdot (R_m - R_f) \quad (53)$$

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 52

A ação da Empresa X apresenta um *beta* igual a 1,6, ou seja, seu risco sistemático é 60% maior que o risco do mercado como um todo. A taxa livre de risco é de 12% e a expectativa dos investidores é de que a carteira de mercado atinja 20%. Determine a taxa mínima exigida pelo investidor da ação da Empresa X.

- $\beta = 1,6$ ;  $R_f = 12\%$ ;  $R_m = 20\%$
- $R = R_f + \beta \cdot (R_m - R_f) = 12\% + 1,6 \times (20\% - 12\%) \therefore R = 24,8\%$   $\Rightarrow$

O retorno esperado desta ação deve ser, no mínimo, igual a 24,8%, que representa a taxa mínima de atratividade para o investimento nesta ação.

A taxa de retorno exigida ( $R$ ), calculada pelo CAPM, pode ser utilizada como a TMA do capital próprio nas avaliações econômicas de projetos de investimentos, para os cálculos dos indicadores econômicos do Valor Presente Líquido - VPL e do *Payback* Descontado e como referência para a Taxa Interna de Retorno -TIR.

Observe que não se deve interpretar  $R$  como a remuneração alternativa que um investidor teria no mercado financeiro, quando da comparação com a aplicação de seu capital num projeto de investimento. Sendo  $R$  igual a TMA do investidor, como foi dito, deve-se interpretar corretamente a taxa  $R$  como a taxa de juros mínima exigida pelo investidor para aplicar o seu capital no projeto de investimento em análise, de forma a



compensar os riscos “calculados” nesse mesmo projeto. Trata-se, na verdade, de uma taxa potencial de mercado, ou seja, caso o investidor não queira aplicar no projeto em análise, ele poderia conseguir a taxa  $R$ , que é probabilística, caso as premissas estabelecidas pelo CAPM venham a ocorrer. Em suma, o investidor poderia considerar como “certa” somente a taxa livre de risco como alternativa para remunerar o seu capital.

### 2.8.3 Custo do Capital do Projeto

Quando uma empresa utiliza uma estrutura de capital composta por recursos próprios e de terceiros, você deve tomar a média dos custos de ambas as fontes, ponderada consoante a participação de cada uma, como critério para a determinação do custo do capital total. Em outras palavras, você pode aplicar o conceito de custo de capital de uma certa fonte, própria ou de terceiros, para determinar o custo do capital da empresa (ou de um projeto), simplesmente unindo todas as fontes.

Uma adequada estimativa do custo do capital da empresa é o custo médio ponderado do capital, mais conhecido pela sigla CMPC, que é a média ponderada dos custos das fontes de capital, usando como pesos os respectivos percentuais de participação de cada fonte no capital total da empresa ou do projeto. O CMPC, em inglês *WACC (Weighted Average Cost of Capital)*, é usado como estimador do custo do capital e muito difundido, além de ter a grande vantagem de tornar desnecessária a explicitação dos benefícios futuros de todas as fontes.

Então, se a empresa, ou mesmo um projeto, possui  $n$  fontes de capital, com custos  $K_1, K_2, \dots, K_n$  e valores de investimento, ou de capital,  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , o custo médio ponderado do capital será:

$$\text{CMPC} = (C_1 \cdot K_1 + C_2 \cdot K_2 + \dots + C_n \cdot K_n) / C \quad (54)$$

onde:  $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

Dentro dessa sistemática, para que você determine o custo do capital da empresa é necessário identificar, em seu passivo, quais são suas fontes de capital, para, em seguida, determinar os custos destas fontes e depois ponderá-los. No caso de apenas duas fontes de capital, uma de capital próprio, com custo  $K_s$  e participação percentual  $C_s$ , e outra taxa de capital de terceiros, com custo  $K_d$  e participação percentual  $C_d$ , a expressão do CMPC passa a ter a seguinte forma:

$$\text{CMPC} = K_s \cdot C_s + (1 - \text{IR}) \cdot K_d \cdot C_d \quad (55)$$

O CMPC também pode ser considerado como a taxa de retorno exigida para um projeto que possua capitais próprios e de terceiros em sua estrutura de investimentos, e ser utilizado como a taxa de desconto do capital do projeto nas avaliações econômicas, para o cálculo do indicador econômico do Valor Presente



Líquido -VPL e como referência para a Taxa Interna de Retorno - TIR, bem como para o cálculo do *Payback* Descontado. Entretanto, deve-se ter cuidado na utilização do CMPC em avaliações de projetos, ou melhor, como taxa de desconto para o cálculo do VPL, pois sua utilização somente deve ocorrer em fluxos de caixa que não tenham em sua composição o endividamento, ou seja, as despesas financeiras e amortizações de principal, para que não haja duplicidade de contagem do benefício fiscal do abatimento dos juros para efeito de Imposto de Renda.

Em resumo, em fluxos de caixa alavancados, ou seja, que estejam considerando o endividamento, a TMA adequada para o cálculo do VPL é aquela que representa o custo do capital próprio, que pode ser estimada pelo CAPM, por exemplo. Por outro lado, em fluxos de caixas da empresa, ou do negócio, que são aqueles que não consideram o endividamento, pode-se utilizar o CMPC como taxa de desconto quando a análise queira verificar o efeito da dívida sobre o VPL. Todavia, nos fluxos de caixa não alavancados, ou seja, que não utilizarão capitais de terceiros, a TMA deverá sempre ser aquela que representa o custo do capital próprio.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO Nº 53

Um projeto da Empresa X utilizará endividamento de longo prazo e financiamento de capital ordinário. Calcule o CMPC do projeto proposto com base nas seguintes informações:

- Taxa de juros livre de risco: 12%
- Beta de capital ordinário: 1,45
- Retorno esperado da carteira de mercado: 25%
- Custo da dívida esperado (antes do IR): 18%
- Proporção financiada da dívida: 60%
- Alíquota marginal de IR: 30%

▫ CAPM,  $R = R_f + \beta \cdot (R_m - R_f)$ , cálculo do custo do capital próprio:

$$R = 12 + 1,45 \cdot (25\% - 12\%) = 30,85\% (k_e)$$

▫ Pela expressão do CMPC:  $k_d \cdot C_d + (1 - IR) \cdot k_e \cdot C_e$

$$CMPC = 0,40 \cdot 30,85\% + (1 - 0,30) \cdot 0,60 \cdot 18\% = 19,90\% \rightarrow \text{Taxa de Desconto}$$





## 2.9 Exercícios Propostos

2.9.1 Determine o VPL, TIR, Payback Descontado e Índice de Lucratividade do projeto de investimento representado pelo fluxo de caixa abaixo, a partir de uma taxa de 15 % a.a.

Ano	Fluxo (R\$)
0	- 350.000
1	- 350.000
2	400.000
3	400.000
4	600.000
5	900.000

Resp: VPL = R\$701.627; TIR = 45,57% a.a.; PBD = 3,3 anos; IL = 2,1

2.9.2 Uma empresa pretende abrir uma filial em outro estado e levantou os seguintes dados, com base no mercado local:

- INVESTIMENTO INICIAL: R\$ 800.000,00;
- EMPRÉSTIMO: 70% do investimento total, em 4 anos, pelo sistema SAC, à taxa de 12% ao ano, e 2 anos de carência, com pagamento de juros;
- RECEITAS ANUAIS PREVISTAS: R\$ 540.000,00;
- CRESCIMENTO DAS RECEITAS: 5% ao ano, até o ano 5 e estabilidade até o final;
- IMPOSTOS SOBRE A RECEITA: 12%;
- CUSTOS ANUAIS TOTAIS: 35% sobre as receitas;
- VALOR RESIDUAL: R\$ 80.000,00;
- IMPOSTO DE RENDA E CONTRIBUIÇÃO SOCIAL: 30%
- DEPRECIÇÃO: 60% do investimento inicial a 20% ao ano;
- HORIZONTE DE ESTUDO: 10 anos.

Estude a viabilidade financeira do investimento, sabendo-se que a TMA alavancada é de 16% ao ano.

Resp: VPL = R\$534.; TIR = 63,94% a.a.; PBD = 1,6 anos; IL = 3,2



2.9.3 Considere os seguintes dados para o projeto de construção de uma fábrica, para a produção de um determinado produto:

– Investimento Fixo:	R\$ 1.000.000,00
– Capital de Giro:	R\$ 100.000,00
– Vida Estimada:	10 anos
– Produção Anual:	10.000 t
– Preço de Venda:	R\$ 90/t
– Custos Operacionais Totais	R\$ 450.000,00/ano
– Valor Residual:	R\$ 60.000
– Depreciação:	10% a.a.
– Retorno Pretendido após I.R.:	14% a.a.
– Alíquota do I.R.:	30%

Verificar a atratividade do projeto e as sensibilidades do projeto para variações negativas no preço de venda e para acréscimos valor do investimento fixo.

Resp: VPL = R\$742.719; TIR = 29,29% a.a.; PBD = 4,5 anos; IL = 1,7  
Ponto de equilíbrio do preço de venda = R\$69,66  
Ponto de equilíbrio do investimento fixo = R\$1.880.503

2.9.4 O projeto para a fabricação de um determinado produto tem as seguintes características:

Investimento Inicial	R\$ 350.000,00
Venda Mais Provável	6.000 un/ano
Preço Unitário Esperado	R\$ 50,00
Custos Variáveis	R\$ 22,00 / un
Custos Fixos	R\$ 38.000,00
Valor Residual	R\$ 40.000,00
Depreciação	10% a.a.
IR	30%
Vida Estimada	10 anos

A empresa espera vender pelo menos 4.500 un/ano e quer testar a sensibilidade do projeto. Determine a quantidade mínima de venda anual para manter o projeto viável (T.M.A. = 12 % a.a.).

Resp: VPL = R\$232.513; TIR = 26,42% a.a.; PBD = 4,7 anos; IL = 1,7  
Ponto de equilíbrio da quantidade = 3.900 un/ano  
Sensibilidade para 4.500 un/ano = alta, pois o VPL fica reduzido para R\$66.396, o PBD é aumentado para 7,2 anos e o IL cai para 1,2.



## 2.10 Planilhas para Casos Práticos

<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>	<b>Ano 6</b>
<b>Receitas</b>							
<b>LAIR</b>							
<b>Investimentos</b>							
<b>Fluxo de Caixa</b>							



<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>	<b>Ano 6</b>
<b>Receitas</b>							
<b>LAIR</b>							
<b>Investimentos</b>							
<b>Fluxo de Caixa</b>							





<b>Item</b>	<b>Ano 0</b>	<b>Ano 1</b>	<b>Ano 2</b>	<b>Ano 3</b>	<b>Ano 4</b>	<b>Ano 5</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



<b>Item</b>	<b>Ano 6</b>	<b>Ano 7</b>	<b>Ano 8</b>	<b>Ano 9</b>	<b>Ano 10</b>	<b>Ano 11</b>
<b>Receitas</b>						
<b>LAIR</b>						
<b>Investimentos</b>						
<b>Fluxo de Caixa</b>						



## 2.11 Referências Bibliográficas

- ABREU, P. F. S. P. e STEPHAN, C., **Análise de Investimentos**, Rio de Janeiro, Editora Campus, , 1982.
- ASSAF NETO, A., **Matemática Financeira e suas Aplicações**, São Paulo, Editora Atlas, 1994.
- COSTA, P. H. S. e ATTIE, E. V., **Análise de Projetos de Investimento**, Rio de Janeiro, Fundação Getúlio Vargas, 1990.
- FLEISCHER, G. A., **Teoria da Aplicação do Capital: Um Estudo das Decisões de Investimento**, São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 1973.
- GUERRA, M. J. e DONAIRE, D., **Estatística Indutiva**, São Paulo, Liv. Ciência e Tecnologia, 1982.
- HIRSCHFELD, H., **Engenharia Econômica**, São Paulo, Atlas, 1984.
- LAPPONI, J. C., **Análise de Projetos de Investimento - Modelos em EXCEL**, São Paulo, Laponi Treinamento e Editora, 1996.
- MERRILL, W. C. e FOX, K. A., **Estatística Econômica: Uma Introdução**, São Paulo, Editora Atlas, 1980.
- OLIVEIRA, J. A. N., **Engenharia Econômica: Uma Abordagem às Decisões de Investimento**, São Paulo, Mc Graw-Hill do Brasil, 1982.
- THUESEN, H.G., **Engeneering Economy**, New Jersey, Prentice Hall, 1977.
- WANNACOTT, P. e WANNACOTT, R., **Economia**, São Paulo, Mc Graw-Hill do Brasil, 1982.
- WOILER, S. e MATHIAS, W. F., **Projetos: Planejamento, Elaboração e Análise**, São Paulo, Editora Atlas, 1987.



### **3. Material Complementar**